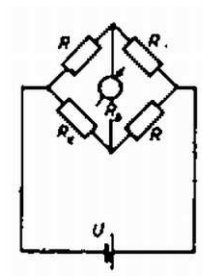
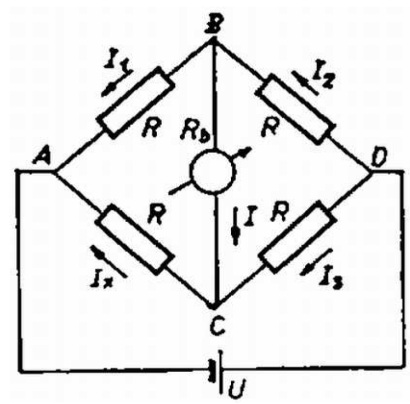


I. megoldás. Számítsuk ki, hogy mekkora R_x ellenállás esetén folyik át a galvanométeren I erősségű áram! Írjuk fel a Kirchhoff–törvényeket az ábrán feltüntetett jelölésekkel! A B és a C csomópontra:

$$I_2 = I_1 + I, \tag{1}$$

$$I_x = I + I_3. \tag{2}$$



Alkalmazzuk a huroktörvényt a $BCAB$, $BCDB$ és a $DBAKD$ hurkokra:

$$IR_b + I_xR_x - I_1R = 0, \tag{3}$$

$$IR_b - I_3R + I_2R = 0, \tag{4}$$

$$I_2R + I_1R = U. \tag{5}$$

Az egyenletrendszert R_x-re megoldva:

$$R_x = R\,\frac{U - I(2R_b + R)}{U + I(2R_b + 3R)} \tag{6}$$

A galvanométer akkor nem jelez áramot, ha $-I_0 < I < I_0$. Mivel a $[-I_0,\, I_0]$ intervallumon R_x mint I függvénye szigorúan monoton fogy, azért a $-I_0 < I < I_0$ feltétel ekvivalens a következővel:

$$R\,\frac{U - I_0(2R_b + R)}{U + I_0(2R_b + 3R)} < R_x < R\,\frac{U + I_0(2R_b + R)}{U - I_0(2R_b + 3R)}, \tag{7}$$

az adatokat behelyettesítve.

$$99{,}56\,\Omega < R_x < 100{,}44\,\Omega.$$

Horváth Gábor (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Figyelembe véve, hogy a (6) egyenletben az IR-et és IR_b-t tartalmazó tagok sokkal kisebbek, mint U, és felhasználva azt az összefüggést, hogy $\dfrac{1}{1+x} \approx 1 - x$, $x \ll 1$ esetén R_x a következő alakra hozható:

$$R_x = R\frac{1 - (I/U)(2R_b + R)}{1 + (I/U)(2R_b + 3R)} \approx R\big[1 - (I/U)(2R_b + R)\big] \cdot \big[1 - (I/U)(2R_b + 3R)\big] \approx$$

$$\approx R\big[1 - (I/U)(4R_b + 4R).\big] \tag{8}$$

(A beszorzásnál elhanyagoltuk a másodrendűen kicsi I^2-es tagokat.)

Ebben az alakban könnyen felismerhető a feladat fizikai tartalma: a vizsgált hídkapcsolást arra használhatjuk, hogy segítségével eldöntsük, hogy egy ellenállás értéke $R_x = 100\,\Omega$-mal egyenlő-e vagy sem. Az a tartomány, melyben a galvanométer nem jelez áramot, a mérés hibájára jellemző. Ha tehát a galvanométer nem tér ki mérhetően, az ellenállás értéke

$$R_x = R \pm R(I_0/U)(4R_b + 4R) = 100\,\Omega \pm 0{,}44\,\Omega \tag{9}$$

Csató István (Mezőtúr, Teleki B. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. A feladat célja annak megállapítása, hogy az ábrán látható elrendezésben mekkora hibával határozható meg az R_x ellenállás. Egy fizikai mennyiség hibáját általában elegendő egy jegy pontossággal megadni, így a feladat pontos megoldása helyett egy durva becslés alkalmazásával is megelégedhetünk.

Ha a galvanométeren I áram folyik keresztül, akkor a B és C pontok közötti feszültségkülönbség IR_b. A továbbiakban hanyagoljuk el a galvanométeren átfolyó áramot, és az ABD és ACD ágat tekintsük egyszerű feszültségosztónak. Ekkor az A ponthoz viszonyítva a B pont feszültsége $(U/2)$ a C pont feszültsége $UR_x/(R+R_x)$.
A B és C pont közötti feszültségkülönbség

$$\frac{U}{2} - U\,\frac{R_x}{R+R_x} = IR_b, \tag{10}$$

ahonnan

$$R_x = R\,\frac{U-2IR_b}{U+2IR_b} \approx R\left(1 - 4\,\frac{I}{U}\,R_b\right). \tag{11}$$

Nem jelez áramot a galvanométer, ha

$$R_x = R \pm 4R(I_0/U)R_b = 100\,\Omega \pm 0{,}4\,\Omega. \tag{12}$$

Meg kell még vizsgálnunk, hogy mekkora hibát követhettünk el az I áram elhanyagolásával. I-t figyelmen kívül hagyva a B pont feszültsége (A-hoz viszonyítva) $U/2$. Ha I-t is számításba vesszük, akkor D és B között I-vel nagyobb áram folyik, mint B és A között, így B feszültségére (1) és (5) felhasználásával

$$I_1R = (U/2) - (IR/2) \tag{13}$$

adódik. Az elkövetett hiba tehát $IR/2$. Hasonló a C pont feszültségének bizonytalansága, így B és C feszültségkülönbségének számításakor IR nagyságrendű hibát követhettünk el, ami IR_b mellett elhanyagolható, ha $R_b \gg R$. Esetünkben $R_b = 10\,\Omega$, tehát a közelítés egy jegy pontossággal helyes eredményt ad. Felfelé kerekítve, az adott elrendezésben R_x $0{,}5\,\Omega$ pontossággal határozható meg.

Szállási Zoltán (Esztergom, Dobó K. Gimn., II. o. t.)