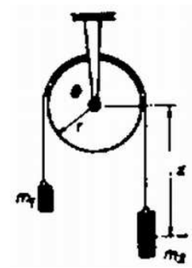


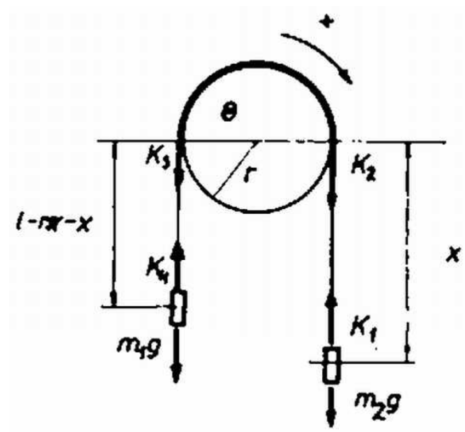
Tegyük fel, hogy a tapadási súrlódás olyan nagy, hogy a kötél tapad a csigához. A kötélerő csak olyan esetben állandó, amikor a csiga tehetetlenségi nyomatéka elhanyagolhatóan kicsi és a kötél tömege is elhanyagolható. A jelen esetben ez nem áll fenn, ezért négy különböző kötélerővel kell számolnunk (l. az ábrát).

Az m_2 tömegű test mozgásegyenlete:

$$m_2 g - K_1 = m_2 a.$$

Az x hosszúságú fonalat $K_1 + (m/l)gx - K_2$ erő gyorsítja. A nyújthatatlanság miatt a gyorsulás most is a;

$$K_1 - K_2 + (m/l)gx = (m/l)xa.$$



A csigán minden pillanatban rajta van egy félkörnyi kötéldarab. A teljes tehetetlenségi nyomaték tehát

$$\Theta' = \Theta + (m/l)r\pi r^2.$$

Ezt a rendszert $(K_2 - K_3)r$ forgatónyomaték forgatja:

$$K_2 - K_3 = \Theta'(a/r^2).$$

A bal oldali kötél és az m_1 tömegű test mozgásegyenlete:

$$K_3 - K_4 - (m/l)g(l - r\pi - x) = (m/l)(l - r\pi - x)a,$$
$$K_4 - m_1 g = m_1 a.$$

Az egyenletrendszer megoldása

$$a = a(x) = \frac{m_2 - m_1 - m\big[1 - (r\pi/l)\big] + 2mx/l}{m_1 + m_2 + m + (\Theta/r^2)}\, g.$$

A gyorsulás tehát lineárisan nő a jobb oldali kötélhossz (x) függvényében. A fenti képletből az is leolvasható, hogy annak feltétele, hogy az m_2 tömeg mozogjon lefelé ($a > 0$), az, hogy m_2 és a kezdetben jobb oldalon levő kötéldarab tömege nagyobb legyen m_1-nek és a bal oldali kötéldarab tömegének összegénél:

$$m_2 + mx_0/l > m_1 + m\big[1 - (r\pi/l) - x_0/l\big].$$

ahol x_0 a kezdeti állapotban a lelógó kötél hossza.

A gyorsulás nem állandó, ezért a $v = \sqrt{2ax}$ képlet nem használható! A sebességet az energiatételből határozhatjuk meg (amelynek felírásakor a kötelek súlypontjának változását is figyelembe kell venni):

$$(1/2)v^2\big[m_1 + m_2 + m + (\Theta/r^2)\big] = m_2 g(x - x_0) - m_1 g(x - x_0) +$$
$$+(1/2)(m/l)xgx - (1/2)(m/l)x_0 g x_0 + (m/2)\big[1 - (r\pi/l) - (x/l)\big]g(l - r\pi - x) -$$
$$-(m/2)\big[1 - (r\pi/l) - (x_0/l)\big]g(l - r\pi - x_0).$$

Ebből

$$v(x)=\sqrt{\frac{2(x-x_0)\big[m_2-m_1+(m/l)(x+x_0+r\pi-l)\big]g}{m_1+m_2+m+(\Theta/r^2)}}.$$

Nagy–Kolozsvári Árpád (Bp., Móricz Zs. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A gyorsulás a Newton–egyenletek felírása nélkül is meghatározható az energiamegmaradás tétele alapján kapott $v(x)$ függvény ismeretében. A gyorsulás a sebesség idő szerinti deriváltja: $a=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$. Az összetett függvény deriválására vonatkozó összefüggés szerint

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v(x)}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v(x)}{\mathrm{d}x}\,v(x),$$

melyből a korábban felírt $a(x)$ függvényt kapjuk vissza.

Szalontai Zoltán (Törökszentmiklós, Bercsényi M. Gimn., IV. o. t.)