Alkalmazzuk az m_1 és az m_2 tömegű golyók rugalmas ütközésére az impulzusmegmaradás és az energiamegmaradás törvényét:

$$m_1 v = m_1 v' + m_2 v_2, \tag{1}$$

$$(1/2) m_1 v^2 = (1/2) m_1 v'^2 + (1/2) m_2 v_2^2, \tag{2}$$

ahol az ütközés utáni sebességeket v'-vel (bal oldali golyó), ill. v_2-vel (középső golyó) jelöljük. Az utóbbi értékét érdemes kiszámítani az (1) és (2) egyenletekből:

$$v_2 = v \frac{2m_1}{m_1 + m_2}, \tag{3}$$

mert a második ütközés leírásához szükségünk lesz rá. A második és a harmadik golyó is rugalmasan ütközik, amelyre érvényes az impulzus- és az energiamegmaradás elve. Jelöljük v_2'-vel, ill. v_3-mal az ütközés utáni sebességeket:

$$m_2 v_2 = m_2 v_2' + m_3 v_3, \tag{4}$$

$$(1/2) m_2 v_2^2 = (1/2) m_2 v_2'^2 + (1/2) m_3 v_3^2. \tag{5}$$

A (4) és az (5) egyenletekből kifejezhetjük v_3-at:

$$v_3 = v \frac{4m_1}{m_2 + \dfrac{m_1 m_3}{m_2} + m_1 + m_3}, \tag{6}$$

ahová már v_2 (3) alatti kifejezését is beírtuk.

Rögzített v, m_1 és m_3 esetén v_3-nak olyan m_2 értéknél lesz maximuma, ahol az

$$f(m_2) = m_2 + \frac{m_1 m_3}{m_2} \tag{7}$$

függvénynek minimuma van. A számtani és a mértani közepek összehasonlításából:

$$f(m_2) = m_2 + \frac{m_1 m_3}{m_2} \geq 2\sqrt{m_2 \frac{m_1 m_3}{m_2}} = 2\sqrt{m_1 m_3}, \tag{8}$$

tehát az $f(m_2)$ függvény alulról korlátos, legkisebb értékét (amikor a két közép megegyezik) akkor éri el, amikor

$$m_2 = \frac{m_1 m_3}{m_2},$$

azaz

$$m_2 = \sqrt{m_1 m_3}. \tag{9}$$

A jobb oldali golyó abban az esetben tesz szert maximális sebességre, ha a középső golyó tömegét a két szélső golyó tömegeinek mértani közepével megegyezőnek választjuk. Ez a sebesség (6)-ból és (9)-ből:

$$v_3 = \frac{4v}{\left(1 + \sqrt{\dfrac{m_3}{m_1}}\right)^2}, \tag{10}$$

Numerikusan: $m_2 = 0{,}6$ kg, $v_3 = 1{,}6$ m/s.

Tokaji zsolt (Szeged, Ságvári E. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján