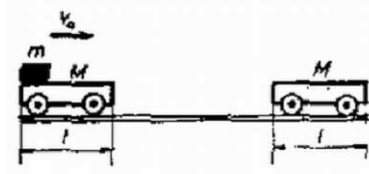


A két kocsi ütközésekor a  $m$  tömegű test megcsúszik, és így az ütközés igen rövid  $\Delta t$  ideje alatt a súrlódási erő  $\mu mg \cdot \Delta t$  impulzust ad át a kocsinak. Ez az impulzus azonban elhanyagolható a  $mv_0$ , illetve a  $Mv_0$  impulzus mellett, tehát a kocsi ütközésében a  $m$  tömegű test nem vesz részt. Az ütközés után a két kocsi  $v_0/2$  közös sebességgel, a  $m$  tömegű test pedig  $v_0$  sebességgel halad.



Az összekapcsolódott kocsik lapján csúszó  $m$  tömegű testet

$$(1) \quad F_s = \mu mg$$

nagyságú erő fékezi. Ennek az erőnek az ellenereje gyorsítja a kocsikat:

$$(2) \quad -\mu mg = ma_m;$$

$$(3) \quad \mu mg = 2Ma_M,$$

a sebességek tehát

$$(4) \quad v_m = v_0 - \mu gt;$$

$$(5) \quad v_M = (v_0/2) + \mu g[m/(2M)]t,$$

ahol  $t$ -t az ütközés pillanatától mérjük. A megtett utak (az ütközés pillanatában elfoglalt helytől mérve)

$$(6) \quad s_m = v_0 \cdot t - (1/2)\mu gt^2;$$

$$(7) \quad s_M = (v_0/2) \cdot t + (1/2)\mu g[m/(2M)] \cdot t^2.$$

A (2)–(7) egyenletek addig írják le helyesen a  $m$  tömegű test és a kiskocsi mozgását, amíg  $v_m$  és  $v_M$  egyenlővé nem válik. Ekkor a csúszás megáll, és a test a kocsikkal együtt az éppen elért közös sebességgel halad tovább. A gyorsulások ezután már nullák.

Jelöljük  $t_0$ -val azt az időpillanatot, amikor a csúszás megáll; (4) és (5) egyenlőségéből kapjuk:

$$(8) \quad t_0 = v_0 \frac{M}{(m + 2M)\mu g}.$$

Ez alatt az idő alatt a  $m$  tömegű test  $2l$ -el több utat tesz meg, mint a kiskocsi:

$$(9) \quad 2l + \frac{v_0}{2}t_0 + \frac{\mu mg}{4M}t_0^2 = v_0t_0 - \frac{\mu g}{2}t_0^2,$$

amiből (8) felhasználásával és az adatokat behelyettesítve:

$$(10) \quad v_0 = 2\sqrt{\frac{2\mu g \cdot (2M + m)l}{M}} = 10,3 \text{ m/s}.$$

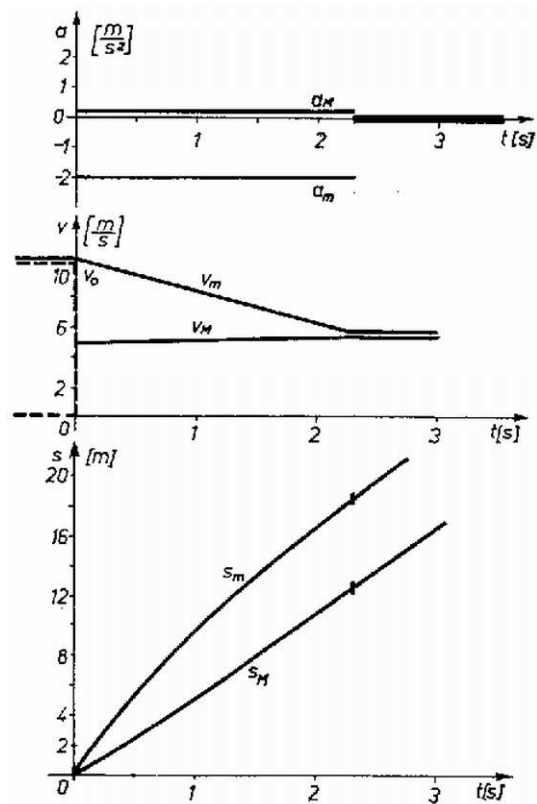
Ezt (8)-ba visszahelyettesítve

$$(11) \quad t_0 = 2\sqrt{\frac{2Ml}{(2M + m)\mu g}} = 2,34 \text{ s}.$$

Акár (4), akár (5) segítségével az elért közös sebesség is megkapható:

$$(12) \quad v_k = v_0 \cdot \frac{m + M}{m + 2M} = 5,6 \text{ m/s}.$$

Az egyes testek gyorsulását, sebességét és a megtett utat az ütközés pillanatától a grafikonok szemléltetik.



Bajnóczy Ildikó (Kazincbarcika, Ságvári E. Gimn., II. o. t.)

*Megjegyzés.* Sok megoldó a kiskocsikhoz rögzített koordináta-rendszerben dolgozott, de megfeledkezett arról, hogy ebben a gyorsuló koordináta-rendszerben a  $m$  tömegű test gyorsulása más, mint a nyugóban. Ebből következően az energiaegyenletek is (amelyekkel a megoldásban alkalmazott egyenletek egy része helyettesíthető) más alakúak, mint inerciarendszerben.