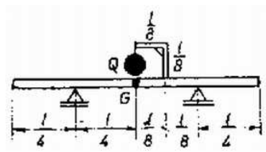


Az erőket akkor tekintjük pozitívnak, ha függőlegesen felfelé mutatnak, a forgatónyomatékokat pedig akkor, ha az óramutató járásával egy irányba forgatnak. Vizsgáljuk a golyó és a tartószerkezet egyensúlyát (1. ábra)! A rendszer akkor van nyugalomban, ha a rúd rá Q erővel és $Ql/8$ forgatónyomatékkal hat. A szerkezet a rúdra ezért $-Q$ erőt és $N = Ql/8$ forgatónyomatékot gyakorol. Írjuk fel a rúd egyensúlyi egyenleteit (2. ábra):

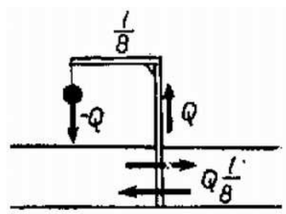
$$F_1 + F_2 - Q - G = 0$$

és

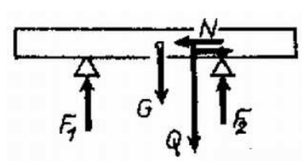
$$F_1(l/4) + Q(l/8) + N - F_2(l/4) = 0,$$

ahonnan

$$F_1 + F_2 = \frac{Q+G}{2}.$$



1. ábra



2. ábra

A továbbiakban feltesszük, hogy a tartószerkezet felerősítési helyének méretei elhanyagolhatóak, és ott a rúd szilárdsága nem változott. Felhasználjuk az 1460. feladat megoldásánál levezetett képleteket. Ha az egyensúlyban levő rúd (a bal végétől számítva) hosszú darabjára a súlyerőn kívül $F_1, \ldots, F_n$ függőleges hatásvonalú erők és $N_1, \ldots, N_m$ forgatónyomatékok hatnak, akkor ennek a darabnak a jobb szélére általánosan

$$P = G(x/l) - \sum_{i=1}^{n} F_i$$

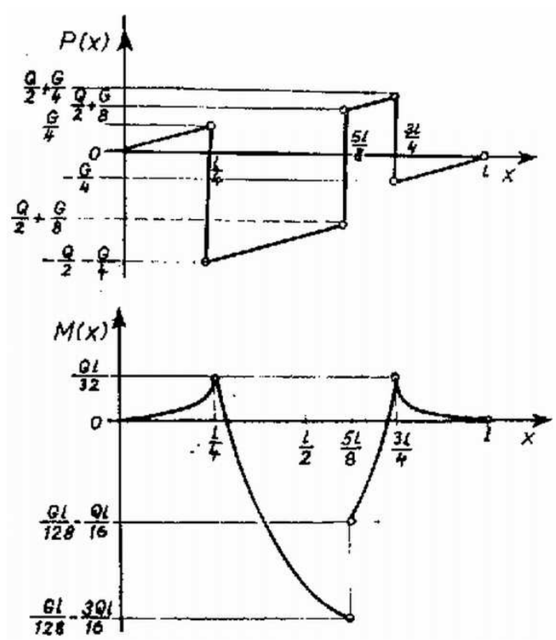
nyíróerőt és

$$M = \frac{Gx^2}{2l} - \sum_{i=1}^{n} F_i y_i - \sum_{i=1}^{n} N_i$$

forgatónyomatékot gyakorol a rúd másik része, ahol y_i az F_i erő hatásvonalának a távolsága a vizsgált darab jobb szélétől. Az erő és a forgatónyomaték helyfüggését a 2. ábra alapján könnyen megadhatjuk:

$$P(x) = \begin{cases} G(x/l); & 0 \leqq x \leqq l/4 \\[2ex] G\dfrac{x}{l} - \dfrac{Q+G}{2}; & \dfrac{l}{4} \leqq x \leqq \dfrac{5l}{8} \\[2ex] G\dfrac{x}{l} - \dfrac{Q+G}{2}; & \dfrac{5l}{8} \leq x \leq \dfrac{3l}{4} \\[2ex] G\dfrac{x}{l} - G; & 3l/4 \leqq x \leqq l, \end{cases}$$

$$
M(x)=\begin{cases}
\dfrac{Gx^2}{2l}; & 0\leqq x\leqq l/4\\[2ex]
\dfrac{Gx^2}{2l}-\dfrac{G+Q}{2}\left(x-\dfrac{l}{4}\right); & l/4\leqq x\leqq 5l/8\\[2ex]
\dfrac{Gx^2}{2l}-\dfrac{G+Q}{2}\left(x-\dfrac{l}{4}\right)+Q\left(x-\dfrac{5l}{8}\right)+\dfrac{Ql}{8}; & \\[2ex]
 & 5l/8\leqq x\leqq 3l/4\\[2ex]
\dfrac{Gx^2}{2l}-G\left(x-\dfrac{l}{2}\right); & 3l/4\leqq x\leqq l.
\end{cases}
$$



3. ábra

A rúd eltörésének helyét az anyagi minőségtől függően az szabja meg, hogy hol maximális a $|P(x)|$, ill. az $|M(x)|$ függvény. A 3. ábra a $P(x)$ és az $M(x)$ függvényt ábrázolja olyan esetben, amikor Q elég nagy. Az 1460. feladathoz képest annyiban van változás, hogy tartószerkezet által kifejtett N forgatónyomaték miatt $M(x)$ az $x=5l/8$ pontban $-N$ nagyságú ugrást szenved.

Ha a nyíróerő növekedése miatt törne el a rúd, akkor ez egyenlő eséllyel bármely alátámasztási pontban bekövetkezhet. Valószínűbb azonban, hogy a törés $|M(x)|$ maximumánál következik be. Vizsgáljuk $|M(x)|$ szélsőértékeit! A $3l/4\leqq x\leqq l$ és a $0\leqq x\leqq l/4$ esetekben a függvény független Q-tól. Az $l/4\leqq x\leqq 5l/8$ tartományban – miként erről deriválással meggyőződhetünk – $G/4\leqq Q$ esetén viselkedik $M(x)$ úgy, ahogyan azt ábrázoltuk. Ha ekkor törik el, akkor az az $x_0=5l/8$ helyen történik. Ha $G/8<Q<G/4$, akkor $M(x)$-nek az $x_0=(l/2)[1+(Q/G)]$ helyen lokális minimuma van, ahol $|M(x)|$ nagyobb, mint bármely más helyen. Ha viszont $G/8>Q$, akkor az alátámasztási pontokban ébred a legnagyobb belső forgatónyomaték. Ha eltörik a rúd, akkor a tartószerkezetre akasztott golyó nélkül is eltörik.

A megoldás független a tartószerkezet konkrét alakjától, csak a golyón átmenő függőleges egyenes legyen a rögzítési ponttól $l/8$ távolságra.

Kaffka István (Budapest, Piarista Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján