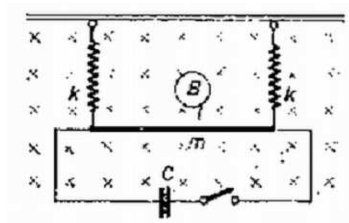
Vizsgáljuk meg a rúd mozgását a tranziens jelenségek lejátszódása után.

A rúdra ható erő

$$F = BIl - 2kx,$$

ahol x a rúd egyensúlyi helyzettől való távolsága és I a rúdon átfolyó áram.



A v sebességgel mozgó rúdban indukálódó feszültség $u = -Blv$. A kondenzátor árama

$$I = \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t = C \cdot (\mathrm{d}u/\mathrm{d}t) = -CBl(\mathrm{d}v/\mathrm{d}t) = -CBla,$$

ahol a a rúd gyorsulása. (Felhasználtuk, hogy Kirchhoff II. törvénye alapján a kondenzátor pillanatnyi feszültsége megegyezik a rúdban indukálódott feszültséggel. A Kirchhoff-törvény ilyen egyszerű alakban csak a bekapcsolási tranziensek lejátszódása után érvényes.)

A rúd mozgásegyenlete így

$$ma = F = -CB^2l^2a - 2kx,$$

ahonnan

$$a = -\frac{2k}{m + CB^2l^2}x.$$

Ez egy

$$\omega_{\mathrm{mech}} = \sqrt{\frac{2k}{m + CB^2l^2}}$$

körfrekvenciájú harmonikus rezgőmozgás egyenlete.

Vizsgáljuk meg a bekapcsolási jelenségeket! Kezdetben a rúd kitérése és sebessége is 0, így a rúdban indukálódó feszültség is 0, a Kirchhoff-törvényt tehát csak úgy tudjuk kielégíteni, ha feltesszük, hogy a vezető ellenállása (R) vagy önindukciós együtthatója (L) nem zérus.

Tegyük fel, hogy R_0, de $L \neq 0$, tehát Joule-féle hőveszteség nincs, de jelentős mértékű sugározási energiaveszteség van.

A kör elektromos rezgéseinek frekvenciája: $\omega_{LC} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$. Ez jelen esetben igen nagy érték, hiszen L igen kicsi. Ez azt jelenti, hogy a rúdban levő elektronok igen nagy gyorsulással mozognak, s így jelentős energiát sugároznak ki.

Feltesszük, hogy ez a tranziens olyan hamar megszűnik, hogy a rúd ezalatt még alig mozdul el. Közben a kondenzátor kisülése révén Q töltés halad át a rúdon, amelynek hatására a rúd

$$mv_0 = Bl\int_0^t I\,\mathrm{d}t = BLQ, \tag{1}$$

impulzust kap. A v_0 sebességű rúdban $U_0 = -Blv_0$ feszültség indukálódik: egyben ennyi lesz a kondenzátor feszültsége is, ugyanis a tranziensek lejátszódása után az I áram már lényegesen lassabban változik, s a kis L önindukcióra eső feszültség elhanyagolható U_0-hoz képest. Az átáramlott töltés a kondenzátor feszültségeséséből

$$Q = C \cdot \varDelta U = C(U - Blv_0). \tag{2}$$

Az (1)–(2) egyenletrendszerből

$$v_0 = \frac{BlCU}{m + CB^2l^2}.$$

Ez a v_0 sebesség a harmonikus rezgőmozgás maximális sebessége, a rezgés kör-frekvenciájának és amplitúdójának szorzata. Tehát az amplitúdó:

$$A = \frac{v_0}{\omega} = \frac{BlCU}{\sqrt{2k}\sqrt{m + CB^2l^2}}.$$

Kaufmann Zoltán (Vác, Sztáron S. Gimn., IV. o. t.) és
Hajdú Csaba (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A nehézségi gyorsulás nem szerepel az amplitúdó kifejezésében (a nehézségi erő csupán az egyensúly helyét tolja el).

2. Közelítéseink a következő paraméterértékek esetén kielégítőek:

a) $|U_0| \ll U,$ amiből $\dfrac{B^2l^2C}{m} \ll 1.$

b) A tranziens folyamat ideje lényegesen kisebb a mechanikai rezgés periódusidejénél, azaz

$$\omega_{LC} \gg \omega_{\mathrm{mech}},$$

amiből

$$\frac{2k\ LC}{m} \ll 1.$$

3. A megoldás során elhanyagoltuk a kör saját mágneses terének hatását a rúdon átfolyó áramra.