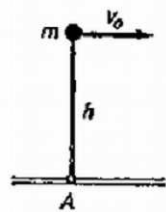


A testre két erő hat: a rugalmas szál ereje és a nehézségi erő. A mozgásegyenletek az ábrán felvett koordináta-rendszerben (egy ponttal jelöltük az idő szerinti első, két ponttal a második deriváltakat):

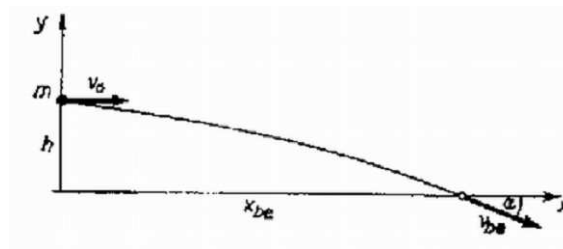
$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -kx, \\ m\ddot{y} &= -ky - mg. \end{aligned}$$



Láthatjuk, hogy a mozgás vetületei $\omega = \sqrt{k/m}$ körfrekvenciájú harmonikus rezgőmozgások. Így

$$\begin{aligned} x &= A_x \sin(\omega t + \varphi_x); \quad \dot{x} = A_x \omega \cos(\omega t + \varphi_x); \quad \ddot{x} = -A_x \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_x); \\ y &= A_y \sin(\omega t + \varphi_y) - mg/k; \quad \dot{y} = A_y \omega \cos(\omega t + \varphi_y); \quad \ddot{y} = -A_y \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_y), \end{aligned}$$

a mozgás pályája ellipszis (1. az ábrát).



Figyelembe véve a kezdeti feltételeket, vagyis azt, hogy a $t = 0$ időpontban $x = 0$; $\dot{x} = v_0$; $y = h$; $\dot{y} = 0$, $A_y = h + (mg/k)$; $\varphi_y = 90^\circ$; $\varphi_x = 0$; $A_x = v_0 \sqrt{m/k}$. Ezen adatokat visszahelyettesítve

$$\begin{aligned} x &= v_0 \sqrt{m/k} \sin \omega t, & \dot{x} &= v_0 \cos \omega t, \\ y &= [h + (mg/k)] \cos \omega t - (mg/k), & \dot{y} &= -[h + (mg/k)] \omega \sin \omega t. \end{aligned}$$

A becsapódás pillanatában

$$y = 0, \quad \text{így} \quad \cos \omega t = \frac{mg}{mg + kh}.$$

Ebből

$$\begin{aligned} t_{be} &= \sqrt{\frac{m}{k}} \arccos \left(\frac{mg}{mg + kh} \right), & t_{be} &= 0,39 \text{ s}; \\ x_{be} &= v_0 \sqrt{m/k} \sin \omega t_{be}, & x_{be} &= 7 \text{ m}. \end{aligned}$$

Ennek alapján

$$\begin{aligned} (\dot{x})_{be} &= v_0 \cos \omega t_{be} = 14,3 \text{ m/s}, \\ (\dot{y})_{be} &= -[h + (mg/k)] \omega \sin \omega t_{be} = -4,9 \text{ m/s}; \end{aligned}$$

A becsapódás sebessége: $v_{be} = 15,1 \text{ m/s}$.

A becsapódási sebességnek a vízszintessel bezárta α szöge pedig a sebességkomponensek hányadosából

$$\alpha = 19^\circ.$$