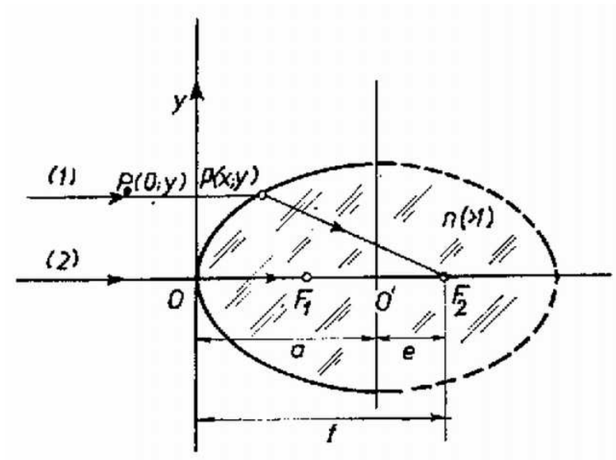
Helyezzük el a koordináta-rendszerünket az ábrán látható módon. Az x-tengely párhuzamos a beeső párhuzamos fénysugárral. Az n törésmutatójú közeg az F_2 pontba gyűjti össze a fénynyalábot. Az optikai leképezés Fermat-elve szerint a különböző fénysugarakra nézve az optikai úthosszaknak meg kell egyezniük. (Optikai úthosszon a homogén közeg törésmutatójának és a geometriai úthossznak a szorzatát értjük.) Irjuk fel az x-tengely mentén haladó (2) és az azzal párhuzamos (1) fénysugárra az optikai úthosszak egyenlőségét az y-tengelyen való áthaladás után:

$$n \cdot \overline{OF_2} = \overline{P_0P} + n \cdot \overline{PF_2}. \tag{1}$$



Az egyes szakaszok az ábra alapján egyszerűen kifejezhetők a P pont koordinátáival, és az $\overline{OF_2} = f$ távolsággal:

$$nf = x + n\sqrt{y^2 + (f-x)^2}. \tag{2}$$

Rendezés után a következő egyenlet adódik:

$$\frac{y^2}{\dfrac{n-1}{n+1} \cdot f^2} + \frac{\left(x - f\dfrac{n}{n+1}\right)^2}{\dfrac{n^2}{(n+1)^2} \cdot f^2} = 1. \tag{3}$$

Ez egy ellipszis egyenlete, amelynek tengelyei párhuzamosak a koordináta-rendszer tengelyeivel, O' középpontja pedig az x-tengely mentén $\dfrac{n}{n+1} \cdot f$ távolsággal pozitív irányban el van csúsztatva. Az ellipszis nagytengelyének fele $a = \dfrac{n}{n+1} \cdot f$, kistengelyének fele $b = \dfrac{n-1}{n+1} \cdot f$, excentricitása $e = \dfrac{f}{n+1}$, ami éppen f-nek és a-nak a különbsége. Ezért a forgási ellipszoid törőfelület a távolabbi gyújtópontba gyűjti össze a fénysugarakat.

Ha $n < 1$, vagyis a közeg törésmutatója kisebb, mint a környezeté, akkor a (3) egyenlet hiperbolát szolgáltat, a törőfelület pedig forgási hiperboloid lesz.

Szalontai Zoltán (Törökszentmiklós, Bercsényi M. Gimn., III. o. t.)