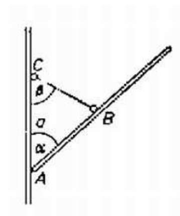
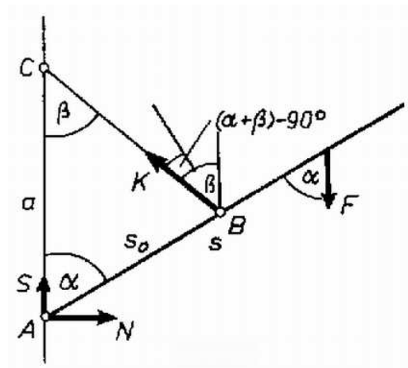


I. megoldás. Terhelés esetén a rúdra a következő erők hatnak (1. ábra): az F terhelés, a K kötélerő, az N támasztóerő és az S súrlódási erő. Írjuk fel ezek egyensúlyának a feltételeit!



1. ábra

Az erők vízszintes komponensei egyensúlyt tartanak, ha

(1) $$K \sin\beta = N,$$

a függőleges komponensek pedig akkor, ha

(2) $$S + K\cos\beta = F.$$

Az A pontra vonatkozó forgatónyomatékok akkor vannak egyensúlyban, ha

(3) $$F \cdot s \sin\alpha = K \cdot s_0 \cos[90^\circ - (\alpha+\beta)] = K \cdot s_0 \sin(\alpha+\beta).$$

Adott F és S mellett akkor és csak akkor lehetséges egyensúly, ha található olyan K, N és S érték, amely kielégíti az (1), (2), (3) egyenleteket és emellett teljesül az

(4) $$|S| \le \mu N$$

feltétel. Ha (4) nem teljesül, akkor nem lehet egyensúly, mert akkor akkora súrlódási erő kellene, amekkora már nem lehet. (3)-ból kifejezzük F-et K-val, azt (2)-be helyettesítjük és így (1) felhasználásával az

(5) $$S = N\left(\frac{s_0 \sin(\alpha+\beta)}{s \sin\alpha \sin\beta} - \operatorname{ctg}\beta\right)$$

egyenletet kapjuk, amely a szinusztétel segítségével az

(6) $$S = N\left(\frac{a}{s} \cdot \frac{1}{\sin\alpha} - \operatorname{ctg}\beta\right)$$

alakra hozható. (6) és (4) egybevetéséből látható, hogy az egyensúly feltétele az

(7) $$\left|\frac{a}{s} \cdot \frac{1}{\sin\alpha} - \operatorname{ctg}\beta\right| \le \mu$$

egyenlőtlenség teljesülése. Ezt átrendezve s-re a következő feltétel adódik:

(8a) $$\frac{a}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta + \mu} \le s \le \frac{a}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta - \mu}$$

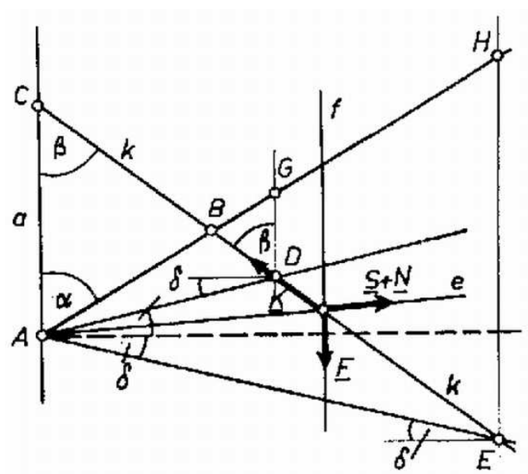
ha $\operatorname{ctg}\beta > \mu$,
illetve

(8b) $$\frac{a}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta + \mu} \le s < +\infty,$$

ha $\operatorname{ctg}\beta < \mu$.
Tehát a rúd (8a), ill. (8b) feltételnek eleget tevő pontjai terhelhetők.

Bognár Ágnes (Kecskemét, Katona J. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Rajzoljuk be az erők hatásvonalát az ábrába (2. ábra)! A K kötélerő hatásvonala a kötél k egyenese, az F erőé pedig az f függőleges egyenes. Az N és S eredőjének az e hatásvonala valahova a 2δ nyílású szögtartományba esik, ahol $\operatorname{tg}\delta = \mu$, $(|S| \leq \mu N)$. Egyensúly esetén a három hatásvonal egy pontban kell, hogy metssze egymást. Ez csak akkor lehet, ha f a k-t a $\overline{DE}$ szakaszon belül metszi. Belátható, hogy ez a feltétel egyúttal elegendő is az egyensúlyhoz. Ennek megfelelően a rúd G és H közé eső pontjai terhelhetőek függőleges erővel.



2. ábra

Az ábra alapján G és H A-tól való távolsága kiszámítható:

$$\overline{AG} = \frac{\sin(90^\circ+\delta)}{\sin\alpha}\cdot\overline{AD} = \frac{\sin(90^\circ+\delta)}{\sin\alpha}\cdot\frac{\sin\beta}{\sin(90^\circ+\delta-\beta)}a =$$

$$= \frac{a}{\sin\alpha}\cdot\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta+\operatorname{tg}\delta} = \frac{a}{\sin\alpha}\cdot\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta+\mu}. \tag{9}$$

Hasonlóan

$$\overline{AH} = \frac{a}{\sin\alpha}\cdot\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta-\mu}, \tag{10}$$

feltéve, hogy E létezik, azaz $90^\circ-\delta > \beta$ (különben minden G-nél távolabbi pont terhelhető).

Jilling Ferenc (Baja, III. Béla Gimn., II. o. t.)