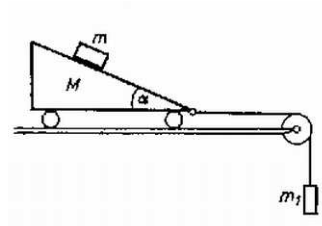
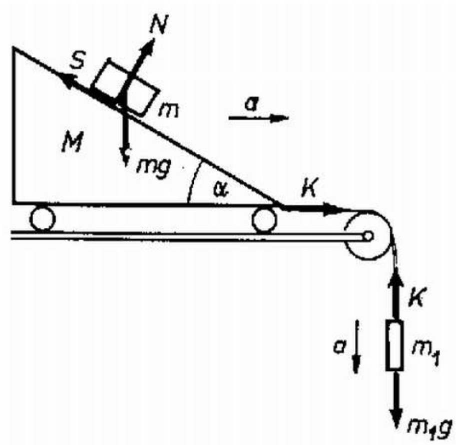


A m tömegű testre az S súrlódási erő (S-et felfelé tekintjük pozitívnak), a mg nagyságú nehézségi erő és az N nagyságú nyomóerő hat (l. az ábrát).



Írjuk fel a dinamikai alapegyenleteket a vízszintes és függőleges komponensekre:

(1) $$ma = N\sin\alpha - S\cos\alpha,$$

(2) $$0 = N\cos\alpha + S\sin\alpha - mg$$

(a a testek közös gyorsulása).

A súrlódási erőre fennáll még, hogy

$$|S| \le \mu N,$$

azaz

(3) $$-\mu N \le S \le \mu N.$$

(1) és (2)-ből

(4) $$a = g\frac{N\sin\alpha - S\cos\alpha}{N\cos\alpha + S\sin\alpha} = g\frac{N\operatorname{tg}\alpha - S}{N + S\operatorname{tg}\alpha}.$$

A (3) egyenlőtlenség felhasználásával, feltéve, hogy $\mu\operatorname{tg}\alpha < 1$:

(5) $$g\frac{\operatorname{tg}\alpha + \mu}{1 - \mu\operatorname{tg}\alpha} \ge a \ge g\frac{\operatorname{tg}\alpha - \mu}{1 + \mu\operatorname{tg}\alpha}.$$

A számadatokkal:

$$8{,}8\ \mathrm{m/s^2} \ge a \ge 3{,}3\ \mathrm{m/s^2}.$$

A még fel nem írt két mozgásegyenlet:

(6) $$m_1a = m_1g - K; \quad (M+m)a = K.$$

Ebből

(7) $$m_1 = \frac{(M+m)a}{g-a}.$$

(7)-be helyettesítve a

$$27\ \mathrm{kg} \le m_1 \le 403\ \mathrm{kg}$$

szükséges feltétel adódik. A fentiek alapján az is belátható, hogy ez a feltétel elegendő is ahhoz, hogy a m tömegű test ne mozduljon el.

Pekó Éva (Tata, Eötvös J. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Hasznos lett volna, ha a versenyzők diszkutálják a (4) és (7) eredményeket. Látható, hogy (5) jobb oldala negatív, ha $\mu > \operatorname{tg}\alpha$. $\mu = \operatorname{tg}\alpha$-nál nyugalomban levő lejtőn sem csúszik meg a test, $\mu > \operatorname{tg}\alpha$-nál pedig negatív, azaz ellenkező irányba mutató gyorsulást is megengedhetünk. Ekkor (7)-ből m_1-re negatív érték adódna, ami „tolóerőnek” felelne meg, de kötél esetében ennek nincs értelme, tehát az $m_1 \geq 0$ feltételt jelenti.

Ha $\mu \operatorname{tg}\alpha \geq 1$, akkor (3), (4) alapján világos, hogy akármilyen nagy a gyorsulással mozog a lejtő, az m tömegű test nem csúszik meg.

Ha az a-ra kapott felső határ nagyobb, mint g, akkor (7) szerint $a \to g$ esetén az m_1 határértéke ∞, vagyis az $m_1 < \infty$ feltételt nyerjük, ami érthető, hiszen g-nél nagyobb gyorsulással m_1 nem tudja a lejtőt gyorsítani.