Az 1978. szeptemberi számban taglalt barometrikus magasságformulából a Boyle – Mariotte törvény $[(p/p_0) = (\varrho/\varrho_0)]$ felhasználásával közvetlenül kaphatunk analitikus összefüggést a h magasságban mérhető levegő sűrűségére:

$$\varrho = \varrho_0 \cdot e^{-\frac{\varrho_0 g}{p_0} h}, \tag{1}$$

ahol a nulla index a Föld felszínén mért értékeket jelzi. Mivel a légkör sűrűsége növekvő magassággal exponenciálisan csökken, ezért a teljes tömeg meghatározásához célszerű a légkört a Föld középpontja körüli gömbhéjakra felosztani. A gömbhéjak Δh vastagságát olyan kicsire kell megválasztani, hogy benne a levegő sűrűségét már állandónak tekinthessük. Ekkor a gömbhéjat egy $4\pi(R+h)^2$ alapterületű és Δh magasságú hasábként kezelhetjük, így térfogata $\Delta V = 4\pi\,(R+h)^2\Delta h$ lesz (R a Föld sugarát jelenti). A benne levő légtömeg $\Delta m = \varrho\Delta V$, a légkör teljes tömege pedig $m = \Sigma\Delta m$, ahol az összegzést olyan magasságig érdemes elvégezni, ahol a ϱ/ϱ_0, érték már elég kicsivé válik. Az (1) egyenlet alapján könnyen kiszámítható, hogy 36 km magasságban a levegő sűrűsége 1%-a, míg 54 km magasságban már csak 1‰-e a felszínen mért értéknek.

A Δm részletösszegek kiszámítása és összeadása eléggé fáradságos folyamat: Δh-t 500 m-nek, a légkör felső határát pedig 54 km-nek választva 108 részlettömeget kellene kiszámítanunk. A feladat azonban a megkívánt pontossággal analitikusan is megoldható. Jelölje H a légkör felső határának magasságát. Ekkor a fenti összeg határértéke, ha a H magasság felosztását minden határon túl finomítjuk, a következő integrál:

$$m = \int_0^H \varrho_0 e^{-\frac{\varrho_0 g}{p_0} h} \cdot 4\pi (R+h)^2 \mathrm{d}h. \tag{2}$$

A H magasság a Föld sugarához képest kicsiny érték ($R = 6400$ km). Így a g gravitációs gyorsulás állandónak tekinthető a légkör különböző magasságaiban. Ezzel az egyszerűsítéssel élve a (2) egyenletben szereplő integrál könnyen kiszámítható $\left(a = \dfrac{\varrho_0 g}{p_0}\text{állandó}\right)$:

$$m = -\frac{4\pi p_0}{g}\left[\left\{(h+R)^2 + \frac{2}{a}\left(\frac{1}{a} + h + R\right)\right\} e^{-ah}\right]_0^H,$$

ami a fentebb tárgyalt nagyságrendi viszonyokat figyelembe véve közelítőleg így számolható:

$$m = \frac{4\pi R^2 p_0}{g}. \tag{3}$$

Ez az összefüggés különben közvetlenül adódik abból a megfontolásból, hogy a Föld felszínéhez igen közel elhelyezkedő légkör mg súlya a $4\pi R^2$ nagyságú Földfelszínen p_0 nyomást hoz létre. Ez a meggondolás nem is használja ki a légkör sűrűségének csökkenésére (1) alatt felírt explicit összefüggést, csupán azt, hogy g nem változik számottevően a légkör felső határáig.

Numerikusan: $m = 5 \cdot 10^{18}$ kg.

Kovács Zoltán (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján