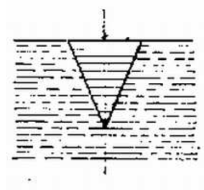
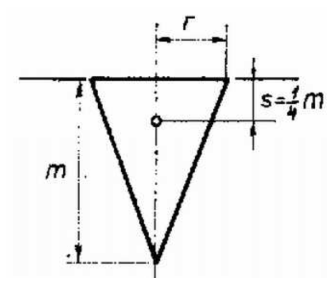


A kúp kiugrásának a magasságát legegyszerűbben az energiamegmaradás törvénye segítségével számolhatjuk. Két eset lehetséges: a kúp vagy teljesen kiugrik, vagy egy része még a folyadékban marad. Vizsgáljuk először az első esetet! Vegyük az energia nulla szintjének a teljesen benyomott kúp energiáját. Ha a kúp x magasságra ugrik ki, a helyzeti energiája

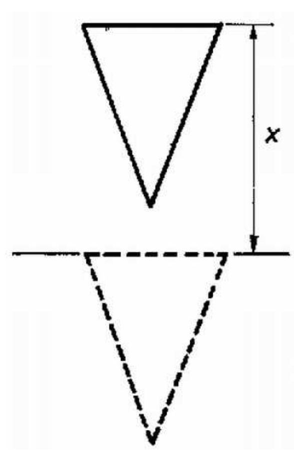
$$V_k \varrho_k g x = (r^2\pi/3) m \varrho_k g x$$

értékkel nő, ahol r az alapkör sugara, m a kúp magassága. ϱ_k a sűrűsége, g a nehézségi gyorsulás (l. az 1. ábrát). Ugyanakkor a folyadék helyzeti energiája csökken, mert a kúp helyére folyadék áramlik. A folyadék energiájának változása (2. ábra):

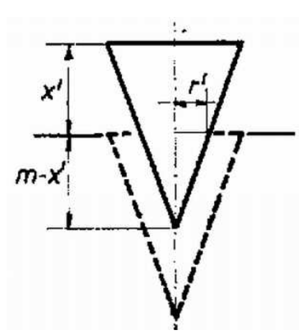
$$-s(r^2\pi/3) m g \varrho_f = -(1/4)(r^2\pi/3) m^2 g \varrho_f,$$



1. ábra



2. ábra



3. ábra

ahol s a kúp helyére áramlott folyadék súlypontjának a mélysége: $s=(1/4)m$ (a helyzeti energia szempontjából úgy vehető, hogy a folyadék a felszínről áramlik a visszamaradó helyre), ϱ_f a folyadék sűrűsége. A két energiaváltozás összegének nullának kell lennie:

$$(r^2\pi/3)m\varrho_k gx-(1/4)(r^2\pi/3)m^2g\varrho_f=0,$$

innen

$$x=(m/4)(\varrho_f/\varrho_k).$$

Ez a megoldás csak akkor helyes, ha $x>m$, azaz $\varrho_f>4\varrho_k$. Ellenkező esetben a kúp nem ugrik ki teljesen. A kúp helyzeti energiája ekkor $(r^2\pi/3)m\varrho_k gx'$-vel növekszik, viszont a folyadék helyzeti energia csökkenése kisebb. Ezt legkönnyebben úgy kaphatjuk meg, ha az $(1/4)(r^2\pi/3)m^2g\varrho_f$-ből kivonjuk a kúp bennmaradó része által kiszorított folyadék helyzeti energiáját (3. ábra):

$$-[(1/4)m^2(r^2\pi/3)g\varrho_f-(1/4)m'^2(r'^2\pi/3)g\varrho_f].$$

Mivel $m'=m-x'$, $r'=[(m-x')/m]\cdot r$, a folyadék helyzeti energia csökkenése ebben az esetben

$$-\frac{1}{4}m^2r^2\frac{\pi}{3}g\varrho_f\left[1-\left(\frac{m-x'}{m}\right)^4\right].$$

Így az energiaváltozások kiegyenlítődését az

$$r^2\frac{\pi}{3}mx'\varrho_k g-\frac{1}{4}\frac{m^2r^2\pi}{3}g\varrho_f\left[1-\left(\frac{m-x'}{m}\right)^4\right]=0$$

egyenlet írja le. Ezt átrendezve az

$$\left(\frac{m-x'}{m}\right)^3+\left(\frac{m-x'}{m}\right)^2+\left(\frac{m-x'}{m}\right)+\left(1-4\frac{\varrho_k}{\varrho_f}\right)=0$$

egyenletet kapjuk. Ennek a megoldása adja a kiugrás x' magasságát, feltéve, hogy $\varrho_f>4\varrho_k$ és így $x'<m$.

Czakó Ferenc (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A fenti eredmények csak felső becslések, ugyanis feltételeztük, hogy abban a pillanatban, amikor a kúp megáll, a folyadék áramlása is éppen megáll, és a felszíne pont vízszintes. Egyik feltételezés sem magától értetődő, és amennyiben nem teljesülnek, a folyadék energiacsökkenése kisebb, kevesebb energia jut a kúp kiugrására.