A Földhöz képest nyugalomban levő test a Nap gravitációs ereje miatt a Földdel együtt

$$a_c = \gamma M_N / R^2 \tag{1}$$

gyorsulással mozog, ahol $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 a gravitációs állandó, $M_N = 2 \cdot 10^{30}$ kg a Nap tömege, $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m pedig a Nap–Föld távolság. A Földhöz képest nyugalomban levő $m = 1{,}5 \cdot 10^7$ kg tömegű test mozgásegyenlete a Föld felszínére merőleges irányban délben:

$$ma_c = F_{gr}^N + K_0 - F_{gr}^F. \tag{2}$$

6 óra múlva

$$0 = F_{gr}^N \sin\alpha + F_{gr}^F - K_6, \tag{3}$$

ahol α a földsugár és a Föld–Nap távolság hánydosa.
12 óra múlva

$$ma_c = F_{gr}^F + F_{gr}^N - K_{12}, \tag{4}$$

ahol F_{gr}^F, F_{gr}^N a Föld, illetve a Nap gravitációs vonzó ereje az adott pontban K_0, K_6 és K_{12} pedig annak az erőnek az ellenereje, amivel a test nyomja a Földet, azaz abszolút értéke éppen a súlyerőt adja meg. Ha egy pillanatra „kikapcsoljuk” a Nap gravitációs hatását, akkor

$$a_c = 0, \qquad F_{gr}^F = K.$$

A súlyváltozás tehát a megfelelő pontokban:

$$K_0 - K = \gamma M_N m \left[\frac{1}{R^2} - \frac{1}{(R-r)^2}\right] = -7{,}5539 \text{ N},$$

$$K_6 - K = F_{gr}^N \sin\alpha = +3{,}7767 \text{ N},$$

$$K_{12} - K = \gamma M_N m \left[\frac{1}{(R+r)^2} - \frac{1}{R^2}\right] = -7{,}5529 \text{ N},$$

ahol $r = 6{,}37 \cdot 10^6$ m a Föld sugara.

Tehát ahogy ezt az 1519. feladatban már láttuk, a súly a Nap felé eső és az ellentétes oldalon egyaránt csökken. Látható, hogy a Nap felőli oldalon a súlycsökkenés némileg nagyobb, mint az ellentétes oldalon. (Ha a zárójelben levő különbséget sorfejtéssel közelítjük, akkor a második tagot is figyelembe kell vennünk, hogy a déli és éjszakai súly közötti különbséget megkapjuk.)

Ugyanilyen módon kiszámolva a Hold gravitációs ereje miatti súlyváltozásokat, ugyanolyan sorrendben, mint előbb, a $-17{,}0282$ N, $+8{,}3031$ N és $-16{,}2023$ N értékeket kapjuk. (A felhasznált adatok: $M_H = 7{,}4 \cdot 10^{22}$ kg, Föld–Hold távolság $3{,}844 \cdot 10^8$ m.) A Nap gravitációs ereje $\sim$ 180-szor nagyobb a Föld középpontjában, mint a Holdé. Természetesen ez a viszony nem igaz az árapály keltő hatásukra, mint az a kiszámolt súlyváltozásokból is látható. Az eredmény nem meglepő, mert tudjuk, hogy az árapály jelensége a gravitációs tér inhomogenitásának eredménye, és a Hold kisebb gravitációs ereje a Hold–Föld távolság kicsinysége miatt nagyon inhomogén.

A tengeren úszó hajó súlyát úgy állapítjuk meg, hogy a merülési mélységét mérjük. Mivel a kiszorított vízre ugyanazon súlyváltozásokat számolhatnánk ki, mint a hajóra, így a hajó bemerülése, azaz a súlya nem változik. (Lényegileg ugyanaz történik, mintha rugós mérleg helyett kétkarú mérleggel mérnénk. Ekkor természetesen súlyváltozást nem tapasztalunk.)

Tanulságos a fenti számok nagyságának érzékeltetéséhez kiszámolnunk, hogy az m tömegű test súlya hogyan változik meg, ha a Föld felszínéhez képest 1 m magasra emeljük. Tehát

$$\Delta K = \gamma m M_F \left[\frac{1}{(r+1)^2} - \frac{1}{r^2}\right] = -46{,}4 \text{ N}.$$

Láthatjuk tehát, hogy a földi gravitációs tér csekély ingadozása a fent számolt súlyváltozásaknál jelentősebb hatású. A feladatnak az volt a célja, hogy a numerikus megoldás útján az árapály jelenséget pontosabban megértsük.

Lorencz Kinga (Miskolc, Földes F. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján