Feltételezésünk szerint a buborék távol van minden elektrosztatikus erőhatástól. Ekkor a buborék emelkedését az okozza, hogy a rávitt töltések egymást taszítván megnövelik a buborék térfogatát: ezzel növekszik a felhajtóerő.

Először azt vizsgáljuk meg, hogy mekkorára kell növelni a buborékot ahhoz, hogy a felhajtóerő éppen a buborék súlyával legyen egyenlő! Kezdeti állapotban a buborék belsejében a nyomás (p_k a külső légnyomás, α a felületi feszültség, R_1 a buborék sugara):

$$p_{b1} = p_k + 4\alpha/R_1.$$

Ekkor a Boyle–Mariotte-törvény alapján a bezárt levegő sűrűsége (a külső és belső hőmérséklet azonos, ϱ_k a külső levegő sűrűsége):

$$\varrho_b = \frac{p_{b1}}{p_k}\varrho_k = \frac{p_k + (4\alpha/R_1)}{p_k}\varrho_k,$$

így a buborékba zárt levegő tömege

$$m_l = \frac{p_k + (4\alpha/R_1)}{p_k}\varrho_k \cdot \frac{4\pi R_1^3}{3}.$$

A szappanhártya tömegét m_{sz}-szel jelölve, a buborék teljes tömege $m_l + m_{sz}$. A buborék akkor lebeg, ha a sugarát

$$R_2 = \left(\frac{m_l + m_{sz}}{\varrho_k} \cdot \frac{3}{4\pi}\right)^{1/3}$$

nagyságúra növeljük.

Most azt vizsgáljuk meg, mekkora Q töltés rávitele után lesz a sugár R_2. (Nyilván ennél több töltést kell a buboréknak adnunk, hogy felfelé szálljon.) Most a belső és külső nyomás különbsége a felületi feszültségből eredő görbületi nyomáson kívül a töltések taszításából származó F feszültséggel is egyensúlyt tart

$$p_{b2} - p_k = (4\alpha/R_2) - F.$$

F-et a következő módon határozhatjuk meg. Egy R sugarú gömb kapacitása $C = 4\pi e_0 R = R/k$ (e_0 az elemi töltés), így a rajta tárolt Q töltésnek $Q^2/(2C) = kQ^2/(2R)$ energiája van. Nyomjuk össze gondolatban a töltéseket egy kicsiny Δr-rel kisebb sugarú gömb felületére! Az összenyomás során végzett munka $F \cdot 4\pi R^2 \cdot \Delta r$, és ez teljes mértékben a töltések potenciális energiáját növeli:

$$\Delta r \cdot F \cdot 4\pi R^2 = \frac{kQ^2}{2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R - \Delta r}\right) \simeq \frac{kQ^2}{2R^2}\Delta r,$$

azaz

$$F = \frac{kQ^2}{8\pi R^4}.$$

Így

$$p_{b2} = p_{b1}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

alapján a

$$p_{b1}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 - p_k = \frac{4\alpha}{R_2} - \frac{kQ^2}{8\pi R_2^4}$$

egyenlethez jutunk. A külső levegőt normál állapotúnak véve, R, m_{sz} és α ismert értékeit felhasználva $m_l + m_{sz} = 2{,}4$ g, $R_2 = 7{,}63$ cm és $Q = 2{,}2 \cdot 10^{-5}$ C adódik.

Kovács Zoltán (Kalocsa, I. István Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A fenti megoldásban elhanyagoltuk a Föld felszínén észlelhető elektrosztatikus erőteret. Ennek a térnek az erőssége jelentősen függ a körülményektől; iránya és nagysága attól függ pl., hogy szobában vagyunk-e vagy szabadban, ha szabadban vagyunk, vannak-e nagyméretű tárgyak (fák, épületek) a közelben, süt-e a nap vagy borús az idő stb. Kézenfekvő tehát az a feltételezés, hogy ezeket a bizonytalan körülményeket úgy rögzítettük, hogy ne játsszanak szerepet pl. azzal, hogy a kísérletet szobában végezzük, ahol a térerősség értéke nulla. Külső elektromos tér jelenlétében egyébként a megoldás lényegesen módosul. Ekkor ugyanis a töltésekre ható elektrosztatikus erő helyettesíti a szükséges felhajtóerő egy részét. Az R_2 értékét meghatározó egyenlet

$$(m_l + m_{sz})g = EQ + (4\pi R_2^3/3) \cdot \varrho_k g.$$

2. Az F értékét szemléletesen is értelmezhetjük: ha a töltések a gömb felületén valamilyen kicsiny, de pozitív vastagságú rétegben egyenletesen oszlanak el, az elektromos térerősség a rétegben egyenletesen nő fel a gömbön belüli

nulla értékről a gömb külső felületén levő kQ/R^2 értékre. Így a ΔA felületelemben levő $\Delta A \cdot Q/(4\pi R^2)$ töltés helyén a térerősség átlaga $kQ/(2R^2)$, tehát a felületelemet kifelé taszító erő

$$\Delta A \cdot F = \Delta A \cdot \frac{kQ^2}{8\pi R^4}.$$

3. Sok megoldó alkalmazta az energiamegmaradás törvényét helytelenül. Az energiamegmaradás törvénye csak zárt rendszerben igaz, de a buborék a benne levő levegővel együtt nem az, mert lényeges szerepet játszik a közte és a környezete között végbemenő hőcsere: ez biztosítja a hőmérséklet állandóságát.