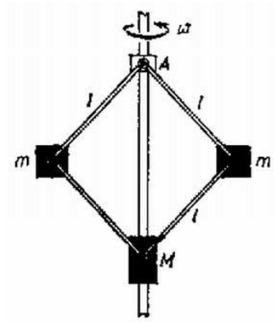
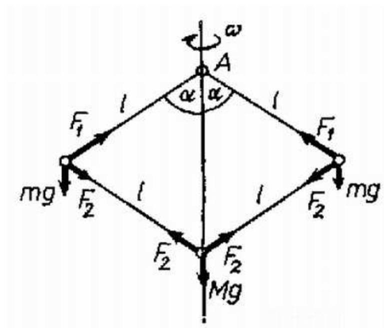


Rajzoljuk be az egyes testekre ható erőket (1. ábra)! A rudakban ható kényszererők a rúd tengelyével párhuzamosak, ellenkező esetben ugyanis forgatónyomatékuk a súlytalan rúd végtelen nagy szöggyorsulását eredményezné.



1. ábra

Írjuk fel a mozgásegyenleteket!

A m tömegű testek körmozgást végeznek, így vízszintes centripetális gyorsulásuk van. Az erők vízszintes komponenseire vonatkozó mozgásegyenlet:

$$F_1 \sin\alpha + F_2 \sin\alpha = mr\omega^2, \tag{1}$$

ahol

$$r = l \sin\alpha. \tag{2}$$

Függőlegesen egyik test sem gyorsul, így

$$mg + F_2 \cos\alpha - F_1 \cos\alpha = 0, \tag{3}$$

$$Mg - 2F_2 \cos\alpha = 0. \tag{4}$$

Oldjuk meg az egyenletrendszert α-ra! (2)-t (1)-be helyettesítve nyilvánvaló, hogy $\sin\alpha = 0$, $\alpha = 0$ az egyenlet triviális megoldása. Ekkor $F_2 = (Mg/2)$, $F_1 = mg + (Mg/2)$. A rendszer tehát mindig nyugalomban van, ha a rudak nem nyílnak szét, azaz, ha a M tömegű test A-tól $2l$ távolságra van.

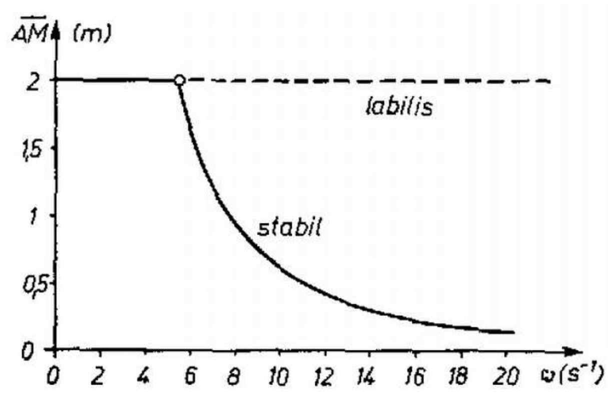
Ha $\sin\alpha \neq 0$, az egyenletrendszer megoldása

$$\overline{AM} = 2l\cos\alpha_0 = \frac{2(M+m)g}{m\omega^2} \approx \frac{60\ \mathrm{m/s^2}}{\omega^2}. \tag{5}$$

Érdekes módon az eredmény nem függ l-től. A szögsebesség csökkentésével az AM távolság nő, azonban $\overline{AM} \leqq 2l$, ahonnan (5) felhasználásával

$$\omega \geq \omega_{\min} = \sqrt{\frac{(m+M)g}{lm}} \approx 5{,}5\ \mathrm{s^{-1}}.$$

Kis szögsebesség esetén a rudak nem térnek ki az $\alpha = 0$ helyzetből. $\omega \geqq \omega_{\min}$ esetén $\alpha = 0$ labilis egyensúlyi helyzetté válik, a stabil egyensúlyi helyzetet az (5) összefüggés adja meg (2. ábra).



2. ábra

Czinege Zoltán (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Vizsgáljuk meg az egyensúlyi helyzetek stabilitását! Rögzítsük a rendszert egy adott α-val jellemzett helyzetben úgy, hogy a M tömegű testet egy függőlegesen lefelé ható F erővel tartjuk. Ekkor a (4) egyenlet így módosul:

$$Mg + F - 2F_2 \cos\alpha = 0. \tag{4'}$$

Számítsuk ki F-et $\sin\alpha \neq 0$ esetén! Ekkor

$$F = ml\omega^2 \cos\alpha - (m + M)g. \tag{6}$$

A rendszer külső erőhatás nélkül is nyugalomban van, ha $F = 0$. Ez akkor teljesül, ha α az (5) egyenletnek megfelelő α_0 értéket veszi fel. Ha a $\alpha > \alpha_0$, akkor $F < 0$, tehát a M tömegű testet elengedve az lefelé mozdul. Ha $\alpha < \alpha_0$, akkor $F > 0$, M-et elengedve az felfelé mozdul. Az (5) egyenlettel jellemzett egyensúlyi helyzet tehát mindig stabil. Az $\alpha = 0$, $\overline{AM} = 2l$ egyensúlyi helyzet stabilitása ω értékétől függ. Ha $\omega < \omega_{\min}$, akkor $(m + M)g > ml\omega^2 \cos\alpha$, $F < 0$ bármely α-ra. Az M tömeg tehát csak felfelé ható erővel tartható egyensúlyban, elengedve visszatér az $\alpha = 0$ helyzetbe. Ekkor az egyensúlyi helyzet stabil. Ha $\omega > \omega_{\min}$, $0 < \alpha < \alpha_0$ esetén $F > 0$. Így elengedve, a rendszer az $\alpha = \alpha_0$ helyzet felé mozdul, az $\alpha = 0$ egyensúlyi helyzet labilis. A 2. ábrán a stabil egyensúlyi helyzetet folytonos, a labilis egyensúlyi helyzetet szaggatott vonallal jelöltük.