A két fiú akkor jutott el a városba, ha egy időpillanatban mindketten ott tartózkodnak.

Az úton nyilván végig a város irányában kell haladniuk. Eközben a kerékpárt annak használója hátrahagyhatja társának, és ilyen módon többször is cserélhetnek. Tegyen meg az egyik fiú összesen s_1 utat kerékpáron és $s-s_1$-et gyalog, ahol s a teljes táv. Ha a másik fiú a kerékpár birtokában nem gyalogol, akkor ő összesen s_1 utat gyalog és $s-s_1$-et kerékpáron tesz meg. Az első fiú t_1, a második t_2 idő alatt éri el a várost. Az elérési idő a kettő közül a nagyobbik. Ha v_1 a kerékpáros, v_2 a gyalogos sebessége, akkor

$$t_1=(s_1/v_1)+(s-s_1)/v_2 \quad \text{és} \quad t_2=(s_1/v_2)+(s-s_1)/v_1. \tag{1}$$

Tegyük fel, hogy $t_1>t_2$. A fentiek alapján ez az

$$s_1<s/2 \tag{2}$$

egyenlőtlenséggel ekvivalens. Az elérési idő

$$t_1=(s/v_2)-s_1\big[(1/v_2)-(1/v_1)\big]$$

akkor minimális, ha s_1 maximális, mivel $v_1>v_2$. Figyelembe véve (2)-t kapjuk, hogy

$$s_1=s/2.$$

Ezt legegyszerűbben egyetlen, a félúton történő cserével valósíthatják meg.
A városba (1) alapján a két fiú egyenlő idők alatt ér be:

$$t_1=t_2=T=(s/2)\big[(1/v_1)+(1/v_2)\big].$$

A számadatokkal

$$T=1^{\mathrm{h}}\,20'.$$

Valamely v fizikai mennyiség időbeli átlagának a

$$\bar{v}=\frac{\sum v_i t_i}{T}$$

kifejezést nevezzük, ahol a T időtartamot t_i részintervallumokra bontottuk úgy, hogy az i-edik részintervallumban v értéke állandóan v_i. Ha v sebesség, akkor a számlálóban a T idő alatt megtett út áll. A városba érésig mindkettejük átlagsebessége ezért

$$\bar{v}=s/T=15\ \mathrm{km/h}.$$

Amennyiben nem szükséges mindkét fiúnak egy időben a városban tartózkodnia, elég csupán mindkettőnek megfordulnia ott, akkor a feladatot másképp is megoldhatjuk.

Ekkor nem kell mindig a város irányában haladniuk. Visszafordulnia azonban csak a kerékpárosnak érdemes a város elérésekor, ha a társa még úton van. Ha a városba kerékpárral érkezőnek s_1 a kerékpáron, $s-s_1$ a gyalog megtett összes útja, akkor ő

$$t_1=(s_1/v_1)+(s-s_1)/v_2 \tag{3}$$

idő múlva éri el a várost. A másik fiú ugyanennyi idő alatt kerékpáron $s-s_1$, gyalog s_2 utat tett meg, s a várost még nem érte el:

$$t_1=(s-s_1)/v_1+(s_2/v_2).$$

Ebből meghatározhatjuk, milyen távol van a várostól a gyalogos, amikor a társa visszafordul:

$$s_3=s-\big[(s-s_1)+s_2\big]=(2s_1-s)\big[1-(v_2/v_1)\big].$$

Mivel $s_3\ge 0$, azért $s_1\ge s/2$.

A gyalogos ezután akkor érhet be leghamarabb a városba, ha a kerékpáros elébe jön. Az s_3 hosszúságú útszakaszon s_4-et a gyalogos, s_5-öt a kerékpáros tesz meg a találkozásig. Ezért az

$$s_4+s_5=s_3 \quad \text{és az} \quad s_4/v_2=s_5/v_1$$

egyenletek érvényesek, ahonnan

$$s_4=\frac{s_3}{1+(v_1/v_2)}. \tag{4}$$

A visszafordulástól a találkozásig eltelt idő:

$$t_2=s_4/v_2, \tag{5}$$

ez megegyezik a találkozástól a második fiú városba érkezéséig eltelt idővel.
A második fiú a városba ezért

$$T = t_1 + 2t_2$$

idő alatt érkezik meg. (3), (4) és (5) alapján

$$T = s\left[\frac{1}{v_1} - 2\cdot\frac{1-(v_2/v_1)}{v_1+v_2}\right] - s_1\left[\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} - 4\frac{1-(v_2/v_1)}{v_1+v_2}\right].$$

Számadatainkkal s_1 együtthatója nulla. Következésképpen ezzel a stratégiával szemben bármilyen, az $s \geq s_1 \geq s/2$ egyenlőtlenséget kielégítő cserélési rendszer esetén az elérési idő ugyanaz. Numerikusan

$$T = 1^{\mathrm{h}}\,20'.$$

A kerékpárral visszaforduló fiú átlagsebessége a kerékpár átadásáig

$$v_a = \frac{s+s_5}{t_1+t_2} = \frac{s + (2s_1 - s)\dfrac{1-(v_1/v_2)}{1+(v_2/v_1)}}{\dfrac{(2s_1-s)\left[1-(v_1/v_2)\right]}{v_1+v_2} + \dfrac{s}{v_1} + \dfrac{s-s_1}{v_2}}.$$

Ez s_1 határozatlansága miatt numerikusan nem adható meg. Társának átlagsebessége a városba érésig

$$v_b = s/T = 15 \text{ km/h}.$$

Az elérési idő második értelmezése tartalmazza az elsőt, ezért értéke az első és a második részben kiszámított idők kisebbike lesz. Ezúttal a két idő egyenlő.

Ezt annak a következményének is tekinthetjük, hogy az első stratégia a másodiknak $s_1 = s/2$-höz tartozó speciális esete. Megjegyezzük, hogy az első rész gondolatmenetét a második rész viszont nem tartalmazza teljesen. A második részben ugyanis csak azt az esetet vizsgáltuk, amikor a kerékpáros ér előbb a városba.

Megjegyzés. Akár az első, akár a második értelmezés szerinti helyesen indokolt megoldásra maximális pontszámot adtunk. A megoldók többsége az első értelmezést választotta, a helyes stratégiát megadta. Azt, hogy más módszer nem lehetséges, csak kevesen indokolták.