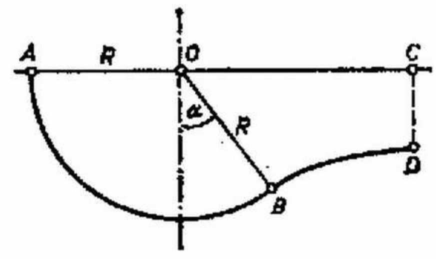
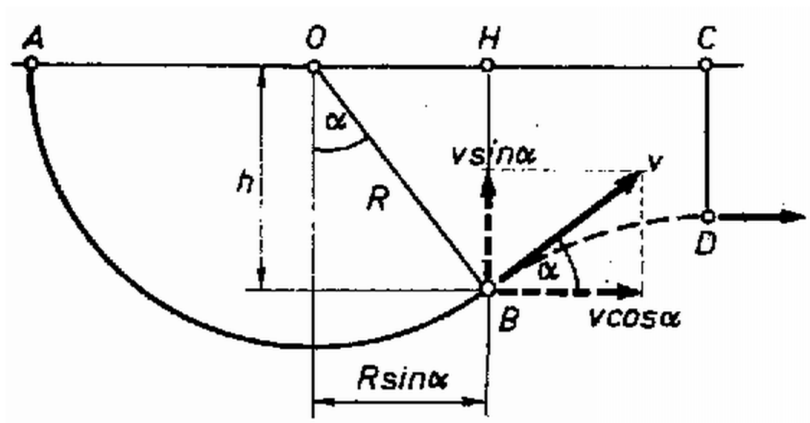


Tekintsük a légtornászt pontszerűnek! A légtornász lengésekor a helyzeti és mozgási energia összege állandó, így a légtornász a $h = R\cos\alpha$ magasból történő esés sebességével hagyja el a hintát a B pontban (1. ábra):

$$v = \sqrt{2gR\cos\alpha}. \tag{1}$$

A légtornász tömegközéppontja a továbbiakban ekkora kezdősebességű ferde hajítási pályán mozog. A kezdősebesség α szöget zár be a vízszintessel, így B-ben a sebesség függőleges és vízszintes összetevője $v\sin\alpha$, ill. $v\cos\alpha$.



1. ábra

Jelöljük t-vel a B és D pont közötti repülés idejét! Mivel D a pálya tetőpontja, a függőleges sebességösszetevő itt nullává válik:

$$v\sin\alpha - gt = 0. \tag{2}$$

Ugyanennyi idő alatt a vízszintes elmozdulás:

$$t \cdot v\cos\alpha = \overline{HC} = \overline{OC} - R\sin\alpha. \tag{3}$$

Az (1), (2), (3) egyenletekből $\sin\alpha$-ra kapjuk:

$$3\sin\alpha - 2\sin^3\alpha - \overline{OC}/R = 0.$$

Numerikusan ($\overline{OC} = 13,7$ m, $R = 10$ m):

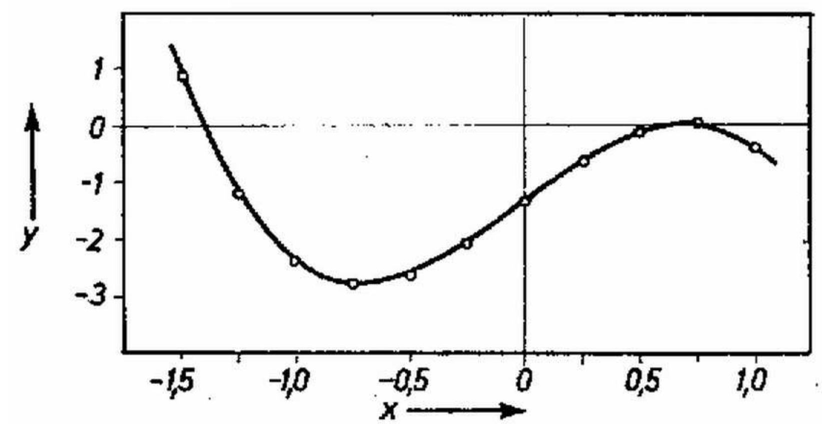
$$3\sin\alpha - 2\sin^3\alpha - 13,7 = 0.$$

Ennek a harmadfokú egyenletnek a megoldásához néhány pontban kiszámítottuk és a következő táblázatban megadtuk az

$$y = 3x - 2x^3 - 13,7$$

függvény értékeit:

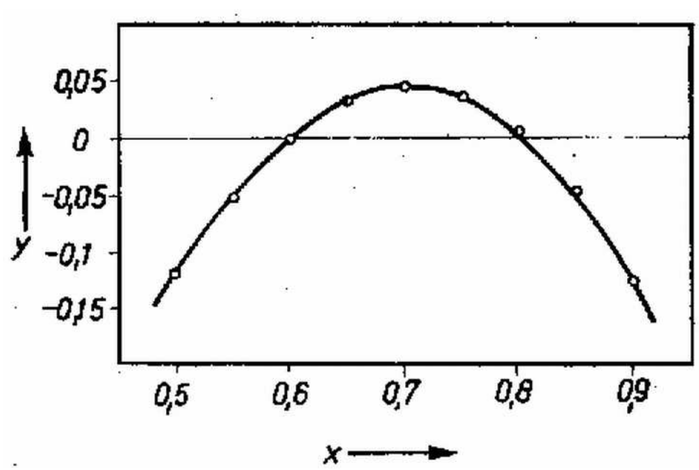
x	1	0,75	0,5	0,25	0	−0,25	−0,5	−0,75	−1	−1,25	−1,5
y	−0,370	0,036	−0,120	−0,651	−1,370	−2,089	−2,620	−2,776	−2370	−1,214	0,880



2. ábra

Az ezekből az adatokból rajzolt 2. ábrán láthatjuk, hogy a függvény három nullhelye közül a legkisebb $(-1,4)$ nem lehet szinusz érték, a másik két gyök pontosabb meghatározásához pedig még célszerű újabb behelyettesítéseket végezni:

x	$0,55$	$0,6$	$0,65$	$0,7$	$0,8$	$0,85$	$0,9$
y	$-0,053$	$-0,0002$	$0,031$	$0,044$	$0,006$	$-1,048$	$-0,128$



3. ábra

A 3. ábráról már egészen pontosan leolvashatjuk a gyököket. Még két pontban érdemes behelyettesíteni a függvénybe, és a következő táblázatból már lineáris interpolációval kapjuk a megfelelően pontos gyököket:

x	$0,60$	$0,61$	$0,80$	$0,81$
y	$-0,0020$	$0,0060$	$0,0060$	$-0,0029$

Innen a harmadfokú függvény nullhelyei

$$x_1 = 0,603, \qquad x_2 = 0,807.$$

A feladat megoldásai tehát az

$$\alpha_1 = 37^\circ\, 5'; \qquad \alpha_2 = 53^\circ\, 50'$$

szögek.

A hajítás maximális emelkedése (1) és (2) alapján

$$h = t \cdot v \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2 = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g} =$$

$$= R \cdot \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha.$$

Így

$$\overline{CD} = R \cos \alpha - h = R \cos^3 \alpha.$$

Az α_1, ill. α_2 megoldás felhasználásával

$$(\overline{CD})_1 = 5,08\,\mathrm{m}; \qquad (\overline{CD})_2 = 2,05\,\mathrm{m}.$$

A B és D közötti repülési idő (2)-ből:

$$t = \frac{v\,\sin\,\alpha}{g} = \frac{\sqrt{2Rg\,\cos\,\alpha}\cdot\sin\,\alpha}{g}.$$

Numerikusan:

$$t_1 = 0,77\,\mathrm{s}, \qquad t_2 = 0,88\,\mathrm{s}.$$

Jancsó Péter (Sopron, Széchenyi I. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján