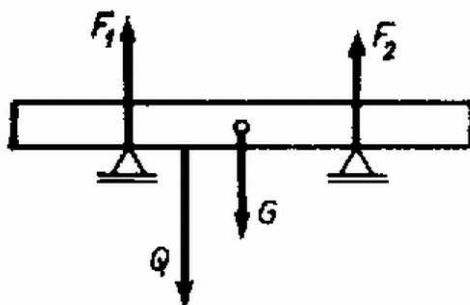


A gerendára ható erőket az 1. ábra mutatja. A gerendára ható erők eredője nulla, azaz

$$F_1 + F_2 - G - Q = 0,$$

és ugyanígy nulla a gerendára ható erők forgatónyomatéka is. Az l hosszúságú gerenda bal oldali alátámasztási pontjára felírva a forgatónyomatékok összegét:

$$Q \frac{l}{8} + G \frac{l}{4} - F_2 \frac{l}{2} = 0.$$

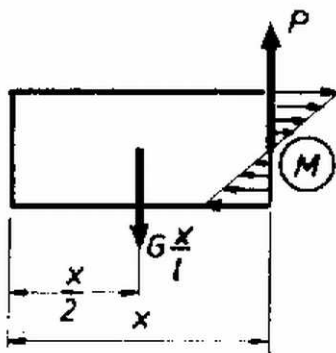


1. ábra

Ezekből az egyenletekből a keresett F_1 és F_2 erők egyszerűen kifejezhetők:

$$F_1 = (1/2)G + (3/4)Q \quad \text{s} \quad F_2 = (1/2)G + (1/4)Q.$$

A gerenda eltörésének vizsgálatához nézzük meg, hogy milyen erők hatnak a gerenda egyes keresztmetszeteiben. Nyilvánvaló, hogy ahol a legnagyobb erők lépnek fel a gerendában, ott törik el a gerenda. Tekintettel arra, hogy a gerendára ható külső erők függőleges hatásvonalúak, a gerenda egyes keresztmetszeteiben ható erőknek is függőleges hatásvonalúnak kell lenniük. Ezen függőleges erő megállapításához tekintsük a gerenda bal oldalának egy x hosszúságú darabját külön testnek (2. ábra).

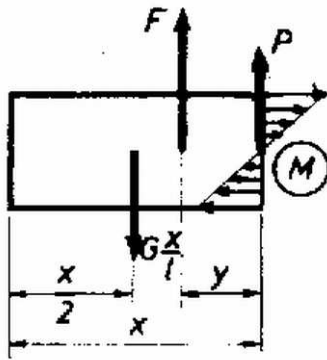


2. ábra

Erre a testre hat a súlypontjában a súlyerő (Gx/l), valamint a rúd többi részének hatása az elválasztási felületen. Ha ez az erő csak egy függőleges P erő lenne, a nyomatéki egyenlet nem teljesülhetne a gerenda x hosszúságú darabjára. Így fel kell tételeznünk, hogy olyan vízszintes erőrendszer is hat a vizsgált gerendadarabra, amelynek eredője nulla, de forgatónyomatéka éppen akkora, amekkora az egyensúlyhoz szükséges. Az x hosszúságú gerendarészre a vágási felületen ható erőrendszernek az eredőjét (P) és az eredő forgatónyomatékát (M) az egyensúlyi egyenletekből határozhatjuk meg:

$$P = G(x/l); \quad M = Gx^2/(2l).$$

(Az erőrendszer pontos eloszlását a gerenda rugalmas tulajdonságai határozzák meg.)



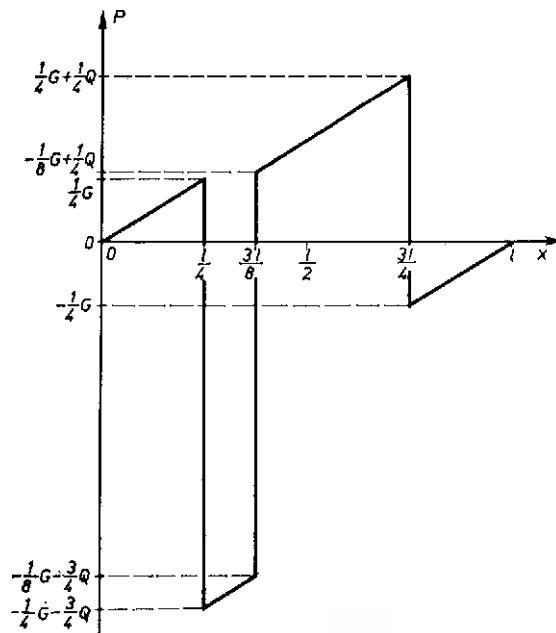
3. ábra

Ha a gerenda vizsgált darabjára egy F erő is hat (3. ábra), a vágási felületen ható erő és a forgatónyomaték:

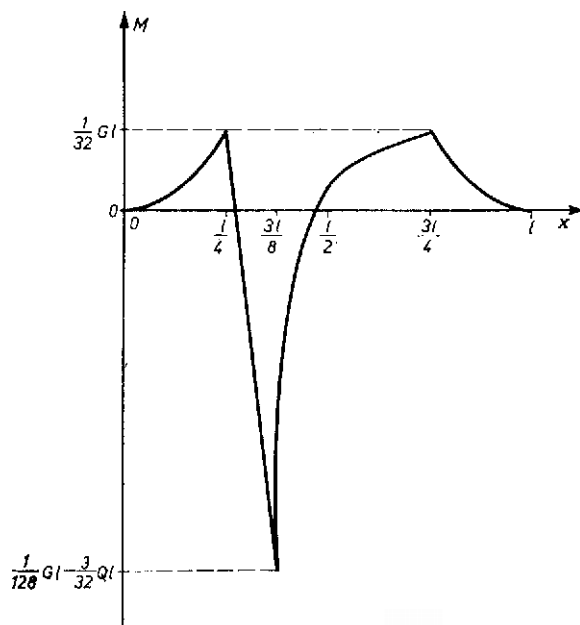
$$P = G(x/l) - F;$$

$$M = Gx^2/(2l) - Fy.$$

Hasonló módon meghatározhatjuk a gerenda tetszőleges x koordinátájú keresztmetszetében ható eredő erőt és forgatónyomatékokat is (4. és 5. ábra).



4. ábra



5. ábra

A rúd akkor és ott fog eltörni, amikor és ahol a nyíróerő vagy a hajlítónyomaték eléri a törésre jellemző kritikus értéket. Tehát a törés szempontjából legveszélyesebb hely az, ahol a $P(x)$ vagy az $M(x)$ függvény abszolút értéke a legnagyobb.

A P erő olyan igénybevételét jelenti a gerendának, amely az egész keresztmetszet mentén akarja eltolni a felületeket egymáson, azaz P a nyíróerő. Az M forgatónyomaték úgy töri el a gerendát, hogy ha pozitív, a gerenda tetején szakítja be az anyagot, itt indul meg a repedés, ha negatív, akkor az alján. Ha a gerenda a forgatónyomaték hatására törik el, a törési felület a megszokott törési felületre (pl. pálca törési felületére) emlékeztet, ha a nyíróerő miatt törik, a felület sík marad. Az, hogy a nyíró vagy a hajlító hatás indítja-e be a törést, a gerenda anyagától, ill. szerkezetétől függ. Gyakorlatban majdnem mindig a hajlító hatás érvényesül.

Így esetünkben a 4. és 5. ábra alapján a Q teher növelésével a gerenda valószínűleg a teher felfüggesztési pontjában ($x = 3l/8$) törik el, de esetleg elképzelhető, hogy nyírásos törés következik be a bal oldali alátámasztásnál ($x = l/4$).

Umann Gábor (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján

Helyreigazítás (1978. szeptemberben jelent meg):

Több olvasónk felhívta a figyelmünket arra, hogy az 5. ábra hibás. A görbe $3l/8$ és $3l/4$ közé eső szakasza is – ellentétben az eredeti ábrával – alulról konvex, hiszen a nyomaték kifejezés négyzetes tagjának az együtthatója minden szakaszra ugyanaz a pozitív mennyiség. Észrevételüket köszönjük. A javított ábra:

