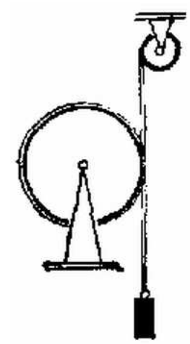
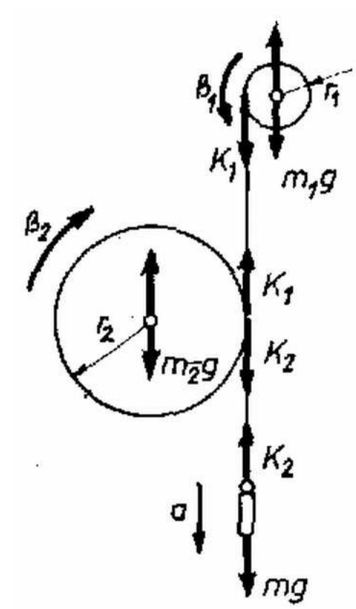
Jelöljük a felső henger adatait 1-es, az alsóét 2-es indexszel, a fonál alsó végén lógó testét pedig index nélküli betűkkel. Az alsó test gyorsulása legyen a, a hengerek szöggyorsulása pedig legyen β_1, illetve β_2. A pozitív irányokat az ábrán megjelöltük.





Az egyes testekre ható erőket szintén feltüntettük az ábrán. A kötél két felében fellépő erő nem feltétlenül egyenlő, hiszen a középső hengeren való körülcsavarásnál súrlódási erő léphet fel a kötél és a henger között.

Az alsó testre két erő hat: a súlyerő és a K_2 kötélerő. A mozgásegyenlet:

(1) $$ma = mg - K_2.$$

A fölső hengerre hat a súlyerő, a K_1 kötélerő és a tengely tartóereje. Mivel a henger tömegközéppontja nyugalomban van és a tengely tartóerejét nem akarjuk kiszámítani, elegendő a forgómozgás egyenletét felírni (a henger középpontjára vonatkoztatva):

(2) $$\left[(1/2)m_1r_1^2\right] \cdot \beta_1 = K_1r_1,$$

ahol a zárójelben levő kifejezés a henger tehetetlenségi nyomatéka.

A másik hengerre is elegendő a forgómozgás egyenletét felírni. Mivel a fonál tömege elhanyagolhatóan kicsi, célszerű a henger köré csavart fonalat a henger részének tekinteni. Ekkor a mozgásegyenlet (vonatkoztatási pont a súlypont, a zárójelben itt is a tehetetlenégi nyomaték szerepel):

(3) $$\left[(1/2)m_2r_2^2\right] \cdot \beta_2 = K_2r_2 - K_1r_2.$$

A fonál nyújthatatlansága miatt a következő kapcsolat áll fenn β_1 és a között:

(4) $$a = r_1\beta_1.$$

Öt ismeretlenünk van: a, β_1, β_2, K_1, K_2. Az utolsó egyenletet a középső hengerre vonatkozó súrlódási vagy kényszerfeltétel adja. Mivel a feladat szövegében nincs megadva súrlódási együttható, két esettel célszerű foglalkozni: a súrlódási együttható *a)* nulla, *b)* elég nagy ahhoz, hogy a fonál ne csússzon meg a középső hengeren. Az *a)* esetben a

(5a) $$K_1 = K_2$$

egyenlet teljesül, a *b)* esetben pedig az

$$a = r_2\beta_2 \tag{5b}$$

geometriai kényszerfeltétel, hiszen ekkor a fonál a középső hengerhez tapad.

Az *a)* esetben az ismeretleneket az (1)–(4), (5a) egyenletrendszerből kifejezve a következő eredményeket kapjuk:

$$\begin{aligned}
a &= g\,\frac{2m}{2m+m_1} = 9{,}4\ \mathrm{m/s^2};\\
\beta_1 &= \frac{g}{r_1}\,\frac{2m}{2m+m_1} = 47\ \mathrm{s^{-2}};\\
\beta_2 &= 0;\\
K_1 = K_2 &= \frac{mm_1g}{2m+m_1} = 9{,}4\ \mathrm{N}.
\end{aligned}$$

A *b)* esetben az (1)–(4), (5b) egyenletrendszert kell megoldanunk, így nyerjük:

$$\begin{aligned}
a &= g\frac{2m}{2m+m_1+m_2} = 7{,}0\ \mathrm{m/s^2};\\
\beta_1 &= \frac{g}{r_1}\frac{2m}{2m+m_1+m_2} = 35\ \mathrm{s^{-2}};\\
\beta_2 &= \frac{g}{r_2}\frac{2m}{2m+m_1+m_2} = 11{,}7\ \mathrm{s^{-2}};\\
K_1 &= m_1g\frac{m}{2m+m_1+m_2} = 7{,}0\ \mathrm{N};\\
K_2 &= mg\frac{m_1+m_2}{2m+m_1+m_2} = 70\ \mathrm{N};
\end{aligned}$$

Urbán Attila (Tata, Eötvös J. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján