

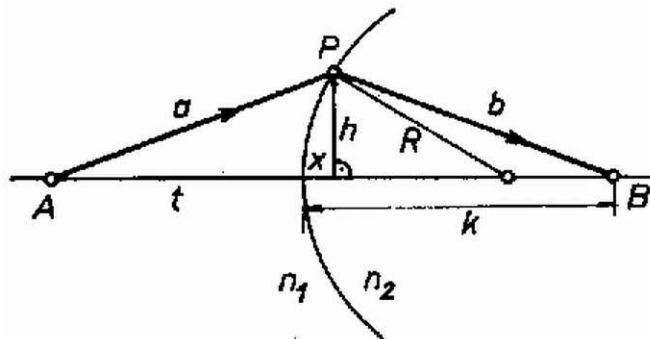


I. megoldás. A Fermat-elv szerint a fény két pont között mindig azon az úton halad, amelynek megtételéhez a legrövidebb idő szükséges. Az A pontról így csak akkor keletkezhet egy B pontban valódi kép, ha az A -ból különböző irányokban kiinduló fénysugarak ugyanannyi idő alatt érnek B -be, vagyis B -ben ismét összegyűlnek (1. ábra). Hasonlítsuk össze az optikai tengelyen és egy attól különböző, vele kis szöget bezáró irányban haladó fénysugárnak az A és B pont közötti út megtételéhez szükséges idejét (c a fény sebessége vákuumban):

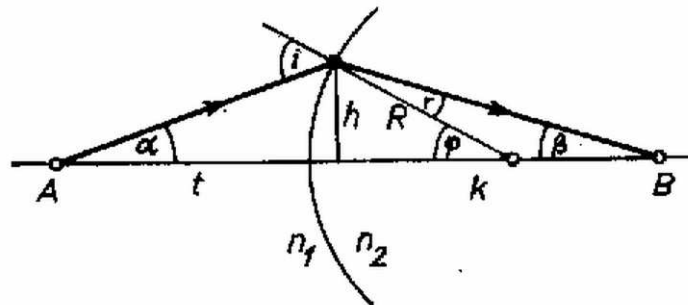
$$\frac{a}{(c/n_1)} + \frac{b}{(c/n_2)} = \frac{t}{(c/n_1)} + \frac{k}{(c/n_2)},$$

azaz

$$(1) \quad an_1 + bn_2 = tn_1 + kn_2.$$



1. ábra



2. ábra

Fejezzük ki a -t és b -t t -vel, k -val és h -val! Ehhez szükségünk lesz az x távolság ismeretére:

$$(2) \quad x = R - \sqrt{R^2 - h^2} \approx R - R[1 - (h^2/2R^2)] = h^2/2R.$$

Itt felhasználtuk, hogy $h \ll R$, tehát érvényes a $\sqrt{1 + \alpha} = 1 + (\alpha/2)$ közelítés. Felhasználva, hogy $x \ll h \ll t$:

$$a = \sqrt{(t+x)^2 + h^2} = t\sqrt{1 + (1/t^2)(2tx + x^2 + h^2)} \approx t[1 + (x/t) + (h^2/2t^2)].$$

x értékét (2)-ből beírva

$$(3) \quad a = t + (h^2/2R) + (h^2/2t)$$

és hasonlóan

$$(4) \quad b = k - (h^2/2R) + (h^2/2k).$$

(3)-at és (4)-et behelyettesítve (1)-be és rendezve, a rendszer leképezési törvényét kapjuk az optikai tengellyel kis szöget bezáró fénysugarak esetén:

$$(5) \quad (n_1/t) + (n_2/k) = (n_2 - n_1)R.$$

(A leképezési törvényt valódi kép esetére vezettük le. Belátható, hogy a szokásos előjel konvenció szerint látszólagos kép esetén is alkalmazható.)

(5)-ből a képtávolság

$$(6) \quad k = \frac{Rn_2}{(n_2 - n_1)t - n_1R} \cdot t$$

Valódi kép akkor keletkezik, ha (6) nevezője pozitív,

$$(7) \quad n_2 > n_1 \quad \text{és} \quad t > R \frac{n_1}{n_2 - n_1}.$$

A felület két oldalán különböző a fókusz távolság. A bal oldali f_1 fókusz távolságot úgy kapjuk meg, hogy (6) felhasználásával megnézzük: $k \rightarrow \infty$ esetén mi t határértéke (a fókusz ből induló sugarak a határfelületen túl párhuzamosan haladnak), így nyerjük:

$$f_1 = R \frac{n_1}{n_2 - n_1}.$$

A párhuzamosan érkező fénysugarak a jobb oldali fókuszpontban gyűlnek össze. (6) alapján $t \rightarrow \infty$ esetén k határértéke:

$$f_2 = R \frac{n_2}{n_2 - n_1}.$$

A (7) feltételek így azt fejezik ki, hogy akkor keletkezik valódi kép, ha a fókusz távolság pozitív (gyűjtőlencse) és a tárgy a fókusz távolságon kívül van.

Tóth Csaba (Sopron, Széchenyi I. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. A leképezési törvényt a fénytörés törvényét felhasználva is megkaphatjuk. A 2. ábra alapján

$$(1) \quad n_1 \sin i = n_2 \sin r.$$

Kis szögek esetén a szög ívmértékben vett értéke, sinusa és tangense megegyezik, így

$$(2) \quad n_1 \cdot i = n_2 \cdot r.$$

$$i = \alpha + \varphi \quad \text{és} \quad r = \varphi - \beta,$$

ahol

$$\alpha = h/t, \quad \beta = h/k \quad \text{és} \quad \varphi = h/r.$$

Ezeket az összefüggéseket (2)-be beírva és rendezve az

$$(3) \quad (n_1/t) + (n_2/k) = (n_2 - n_1)R$$

leképezési törvényt kapjuk.

Benkő Zsigmond (Szolnok, Verseyhy F. Gimn., II. o. t.)