Megoldás. Ahhoz, hogy egy Δh szélességű levegőréteg egyensúlyban legyen, az szükséges, hogy a rá felülről és alulról ható erők különbsége éppen kompenzálja a légréteg súlyát. Ez akkor teljesül, ha

$$\Delta p/\Delta h = -g\varrho(h) \tag{1}$$

ahol Δp a $p(h+\Delta h)$ és $p(h)$ nyomások különbsége, $\varrho(h)$ pedig a levegőréteg sűrűsége a h magasságban. Ugyanakkor a levegőt ideális gáznak tekintve teljesülnie kell a

$$p(h) = (m/V)RT(h) = \varrho(h)T(h)R \tag{2}$$

állapotegyenletnek is, ahol $T(h)$ a hőmérséklet h magasságban, m a gáz tömege, V a térfogata, R pedig a levegő gázállandója.

(1) és (2) együttes megoldása adja meg a levegő sűrűségét és nyomását az adott hőmérsékleteloszlás mellett. Feladatunk annak megvizsgálása, hogy milyen hőmérsékleteloszlás mellett írhat le ez a megoldás stabil egyensúlyi helyzetet. Ehhez nézzük meg, hogy mi történik, ha a h magasságból egy kicsi V térfogatban levő gázt elmozdítunk Δh-val. Mivel a levegő jó hőszigetelő, az elmozdulás során az állapotváltozást adiabatikusnak vesszük. Az elmozdítás során a gáz a $p(h)$ nyomású helyről a $p(h+\Delta h) = p(h) - g\varrho(h)\Delta h$ nyomású helyre kerül, így adiabatikusan tágul (vagy összenyomódik) és a hőmérséklete megváltozik. Ez a ΔT_a hőmérsékletváltozás az adiabatikus állapotváltozás egyenletéből megkapható:

$$\frac{T(h)+\Delta T_a}{T(h)} = \left(\frac{p(h) - g\varrho(h)\Delta h}{p(h)}\right)^{\dfrac{c_p - c_v}{c_p}}, \tag{3}$$

(c_p, az állandó nyomáson, c_v, az állandó térfogaton mért fajhő, ahonnan az $(1-x)^\alpha \approx 1 - \alpha x$ $(x \ll 1)$ közelítést alkalmazva

$$\Delta T_a = -\frac{T(h)\varrho(h)}{p(h)} \cdot \frac{c_p - c_v}{c_p} \cdot g\Delta h. \tag{4}$$

Felhasználva, hogy $R = c_p - c_v$, (2) behelyettesítésével

$$\Delta T_a \cong -\frac{g}{c_p}\Delta h. \tag{5}$$

Ha a $h+\Delta h$ magasságban a hőmérséklet $T(h)+\Delta T_a$-nál nagyobb, a felemelt „gázdarab” hőmérséklete kisebb, mint a környezetéé, tehát (mivel nyomásuk azonos), sűrűsége nagyobb, és ezért visszasüllyed az eredeti helyére. Ellenkező esetben tovább mozog felfelé. Tehát a stabilitás feltétele az, hogy a Δh magasságváltozásra jutó hőmérsékletváltozás (előjelesen!) nagyobb legyen, mint ΔT_a:

$$\frac{\Delta T}{\Delta h} > -\frac{g}{c_p}. \tag{6}$$

Behelyettesítve c_p értékét ($c_p = 0{,}24 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3$ joule kg^{-1}K^{-1}), valóban azt kapjuk, hogy a 100 m-re eső hőmérséklet-csökkenés nem lehet nagyobb, mint 1 K. Az eredeti gondolatmenetben ott volt a hiba, hogy a stabilitás feltétele nem az, hogy az alacsonyabb helyen levő rétegek sűrűbbek legyenek, hanem az, hogy ha az alacsonyabb rétegekből levegő kerül fel a magasabb rétegekbe, a feljutás során megváltozott sűrűsége nagyobb legyen, mint a magasabb rétegek sűrűsége. Ez a szigorúbb feltétel.

A Föld felszínéről elindult légrétegek a felemelkedés során adiabatikusan lehűlnek. Hőmérsékletük jó közelítésben csak a magasság függvénye (nem függ attól, hogy az emelkedés szigorúan függőleges, vagy esetleg örvénylő).

Abban a magasságban, ahol olyan a hőmérséklet, hogy a levegő páratartalma éppen telítetté válik, megindul a vízcseppek kicsapódása, felhő képződik, A felhő alja azért látszik síknak, mert ha a levegő gomolygása során e magasság alá süllyed, adiabatikusan újra felmelegszik, telítetlenné válik és a magával sodort vízcseppek újra elpárolognak.

A levegő vezetés útján történő lehűtéséhez szükséges időt a következő módon becsülhetjük meg.

A hővezetés egyenlete szerint egységnyi felületen egységnyi idő alatt $j_Q = \lambda(\Delta T/\Delta x)$ hő halad át. (λ a hővezetési együttható, ΔT a Δx távolságon a hőmérsékletkülönbség.) Legyen ΔT a kiszemelt levegőréteg és környezete közötti hőmérsékletkülönbség, Δz pedig a réteg vastagsága. Az energia nagy része a réteg nagyobb felületén távozik, tehát egységnyi idő alatt a rétegből $\Delta Q/\Delta T \approx 4\lambda(\Delta T/\Delta z) \cdot F$ hő távozik. (F a réteg alapterülete; a 4-es faktor onnan származik, hogy a réteg közepéből áramlik a hő mindkét irányban.) A mintából összesen $\Delta T \cdot \varrho \cdot c \cdot F \cdot \Delta z = \Delta Q$ hőt kell elszállítani, tehát a lehűlés valóságos ideje

$$\Delta t = \frac{\varrho c (\Delta z)^2}{4\lambda}$$

nagyságrendjébe esik. A $\varrho = 1$ kg/m^3, $c = 1000$ J kg^{-1} K^{-1}, $\lambda = 0{,}05$ J m^{-1} K^{-1} s^{-1}, $\Delta z = 1$ m adatokkal $\Delta t \simeq 10^4$ s, azaz néhány óra. A levegőréteg felemelkedése ezzel szemben csak néhány percig tart, tehát a lehűlés tényleg csak az adiabatikus tágulás eredménye lehet.

Benkő Tibor (Győr, Révai M. Gimn., III. o. t.)
Kaufmann Zoltán (Vác, Sztáron S. Gimn., II. o. t.) és
Kriza György (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A stabilitás feltételét az ideális gáz állapotegyenletének és adiabatikus $p-T$ összefüggésének a felhasználásával kaptuk. Valójában a számolás hasonló módon elvégezhető tetszőleges $\varrho=\varrho(p,T)$ állapotegyenlettel leírható folyadékra és gázra (ekkor természetesen az adiabatikus változás egyenlete is más lehet), eredményül akkor is (6)-ot kapjuk.

2. Sok megoldó arra hivatkozott, hogy nem vehetjük ϱ-t állandónak, hiszen az a barometrikus magasságformula szerint változik. Ez az érv azért nem helyes, mert a barometrikus magasságformula tulajdonképpen (1) és (2) megoldása. A leggyakrabban használt formájában (és erre hivatkoztak) nem szerepel a $T(h)$, mert azt konstans T mellett kapjuk. A barometrikus magasságformula a feladatban adott hőmérsékletgradiens mellett tényleg azt adja, hogy $\varrho=$ konst. Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy egy fizikai mennyiség eloszlásának meghatározása és ezen eloszlás stabilitásának a megvizsgálása két különböző kérdés.

3. A levegőréteg lehűlésére vonatkozó számolásunk csak becslés. A hővezetés egyenletének a megoldása arra az eredményre vezet, hogy egy minta sohasem hűl le pontosan a környezet hőmérsékletére. Ez érthető is, hiszen a hőátadást a hőmérsékletkülönbség vezeti, és ahogy ez csökken, úgy csökken az időegység alatt átadott hő is. Az a Δt, amit a becslés során kaptunk, csak azt az időt adja meg, amely alatt a minta és a környezete közötti hőmérsékletkülönbség az eredetinek adott hányadára csökken. Pontosabb számolás szerint az említett hőmérsékletkülönbség az általunk kapott Δt tizede alatt kb. harmadára csökken. Még ez is elég azonban ahhoz, hogy azt a következtetést vonjuk le, amit levontunk.