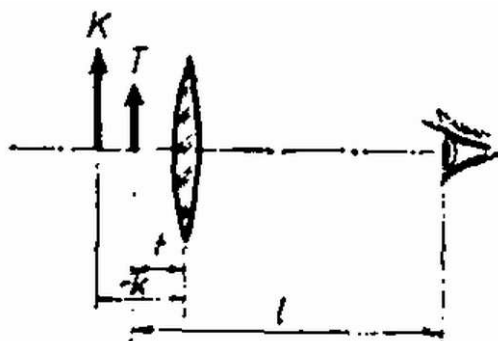


Szemünk akkor tud megkülönböztetni két pontot, ha a róluk a szembe érkező fénysugarak legalább φ_0 szöget zárnak be egymással. Ha a tiszta látás távolságában egymástól T távolságra levő két pontot tudunk megkülönböztetni, akkor

$$(1) \quad \varphi_0 = T/L_t.$$

Nézzük most ezt a két pontot egy egyszerű nagyítón keresztül (1. ábra).



1. ábra

Ekkor a két pont látószöge

$$(2) \quad \varphi = \frac{K}{l-t-k}.$$

A felbontóképesség javulását $N^* = \varphi/\varphi_0$ jellemzi. Felhasználva, hogy

$$(3) \quad \frac{K}{T} = \frac{-k}{t} \quad \text{és} \quad \frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f},$$

$$N^* = \frac{fL_t}{t^2 - tl + fl}$$

Azt kell vizsgálnunk, hogy milyen t és l értékek esetén lesz N^* a legnagyobb. Rögzített l esetén N^* akkor maximális, ha nevezője minimális, tehát ha

$$(4) \quad t = l/2.$$

$t < l/2$ esetén N^* monoton nő, $t > l/2$ esetén pedig N^* monoton csökken.

N^* minimumát csak olyan t, l értékek körében keressük, amelyek eleget tesznek az alábbi feltételeknek. A lencsét egyszerű nagyítóként használjuk, tehát

$$(5) \quad t < f;$$

a lencsét legfeljebb közvetlenül a szemünkig közelíthetjük, tehát

$$(6) \quad t \leq l;$$

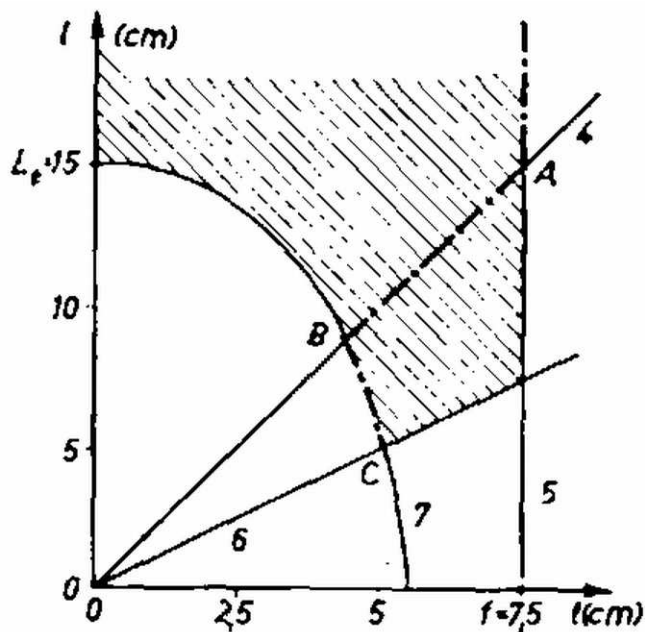
csak a tiszta látás távolságánál messzebb keletkező képet látjuk élesen, tehát

$$l - t - k \geq L_t,$$

a leképezési törvényt felhasználva és rendezve az egyenlőtleniséget

$$(7) \quad l \geq L_t - \frac{t^2}{f-t}.$$

A 2. ábrán vonalkézással jelöltük a $t-l$ sík azon pontjait, amelyek az (5), (6) és (7) feltételeknek megfelelnek.



2. ábra

Berajzoltuk az N^* maximumát jellemző 4 egyenest és annak az 5 egyenessel és 7 görbével alkotott A , B metszéspontjait is. Azt kell megvizsgálnunk, hogy különböző l -ek esetén t milyen megengedett értékénél lesz N^* maximális, és mekkora ez a maximum (azok a t értékek megengedettek, amelyek eleget tesznek az (5), (6), (7) feltételeknek). A rövideg kedvéért numerikusan számolunk $f = 7,5$ cm és $L_t = 15$ cm esetén.

a) Vizsgáljuk először az $l > 2f = 15$ cm esetet. A vonalkázott területnek az $l > 2f$ feltételt kielégítő részén a 4 egyenes kívül halad. Mivel rögzített l mellett N^* a (4)-beli maximumtól távolodva monoton csökken, az $l/2$ -höz legközelebbi t -vel kell számolnunk. Tehát rögzített $l > 2f$ esetén N^* annál nagyobb, minél közelebb van t az f értékhez, vagyis ekkor $t \lesssim f = 7,5$ cm. (A \lesssim jel itt azt jelenti, hogy t a lencsehibák által megengedett legnagyobb mértékben megközelíti f -et, de (5)-nek megfelelően nem érheti el. Ekkor

$$N_{\max}^* \lesssim L_t/f = 2,$$

l -től függetlenül. Ebbe a tartományba esik az $l_1 = 75$ cm eset.

b) Tegyük fel, hogy l az A és B pontok l -koordinátái közé esik. Ebben az esetben N^* maximumát a 4 egyenes megfelelő pontja adja. (3)-ban t helyére (4)-ből $l/2$ -t helyettesítve

$$N_{\max}^* = \frac{fL_t}{l(f - l/4)}.$$

Nézzük meg, hogy a szóban forgó l értékek közül melyikre lesz ez az érték a legnagyobb. A nevező pozitív, deriváltja $f - l/2 > 0$ ebben a tartományban, tehát l csökkentésével N^* nő. Értéke a feladatban adott $l_2 = 10$ cm helyen

$$N_{\max}^*(l = 10 \text{ cm}) = 2,25,$$

a B pontban (B koordinátái: $l \approx 8,8$ cm, $t \approx 4,4$ cm):

$$N_{\max}^*(l = 8,8 \text{ cm}) = 2,4.$$

c) l -et tovább csökkentve rögzített l mellett a 7 görbén lesz N^* maximális, ekkor

$$N_{\max}^* = \frac{f}{f - t}.$$

l csökkentésével a maximumot adó t nő, így N^* maximuma is nő. A C pontban 6 és 7 metszéspontjaként $l = 5$ cm és $t = 5$ cm adódik, ekkor

$$N_{\max}^*(l = 5 \text{ cm}) = 3.$$

Az elérhető legnagyobb felbontás tehát l csökkentésével monoton nő, akkor a legnagyobb, ha a nagytölcensét közvetlenül a szemünk elé helyezzük és a tárgy 5 cm-re van.