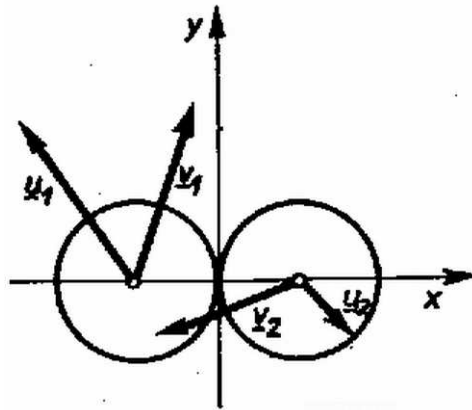


I. megoldás. Az 1. ábra mutatja a golyók helyzetét az ütközés pillanatában olyan koordináta-rendszerben, amelyben az érintkező felületek merőlegesek az x -tengelyre. v_1 és v_2 jelöli a golyók ütközés előtti, u_1 és u_2 az ütközés utáni sebességét.



1. ábra

Feltételezve, hogy a golyók közötti súrlódás elhanyagolható, a golyókra ható erők x -irányúak, ezért az y -irányú impulzus mindkét golyónál külön-külön megmarad, azaz

$$(1) \quad u_{1y} = v_{1y}, \quad u_{2y} = v_{2y},$$

mivel a tömegek ugyanakkorák. Az x -irányú impulzusokra a rendszer teljes impulzusának megmaradása miatt a következő összefüggés igaz:

$$(2) \quad v_{1x} + v_{2x} = u_{1x} + u_{2x}.$$

Az acélgolyók ütközése rugalmas, ezért az energia megmaradásának felhasználásával egy további összefüggést írhatunk fel:

$$(3) \quad v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{2x}^2 + v_{2y}^2 = u_{1x}^2 + u_{1y}^2 + u_{2x}^2 + u_{2y}^2.$$

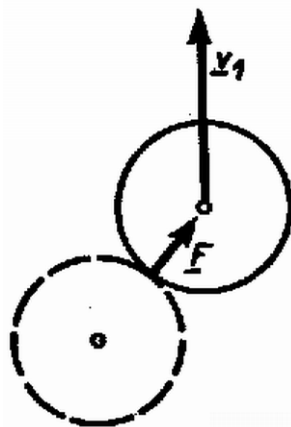
Az (1), (2) és (3) egyenletek felhasználásával az ütközés utáni sebességek x komponense:

$$(4) \quad u_{1x} = v_{2x}; \quad u_{2x} = v_{1x}.$$

Ha a gyorsabb golyó sebességét v_1 jelölte, akkor ezen golyó sebessége az ütközés után nagyobb lesz, ha $|u_{1x}| > |v_{1x}|$, mivel a sebesség y komponense változatlan maradt. Ez a feltétel tetszőleges nagyságú v_1 és v_2 sebességek esetén teljesíthető, ha a második golyó alkalmas helyen érinti az első golyót. Maximális az energiaátadás, ha az ütközés után a második golyó megáll, azaz $u_{2x} = u_{2y} = 0$. A képletekből leolvasható, hogy ez az eset akkor valósul meg, ha a két golyó sebessége merőleges egymásra, és ezenkívül az ütközés pillanatában a golyók középpontját összekötő egyenes merőleges v_1 -re.

Czuczor Lajos (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. A feladat kérdésére egyszerű megfontolással is válaszolhatunk. A 2. ábra mutatja a v_1 sebességű golyót és az F erőt, amellyel a szaggatott körrel jelölt másik golyó meglöki azt. (Feltételezzük, hogy a golyók közötti súrlódás elhanyagolható.)



2. ábra

Az F erő függetlenül a testek sebességétől, merőleges a felületre. Ez az erő gyorsítja az első golyót, azaz az első golyó ütközés utáni sebessége olyan u sebességgel lesz nagyobb, ami párhuzamos F -fel. u nagyságától függetlenül állíthatjuk, hogy az $u + v_1$ végsebesség nagyobb lesz v_1 -nél, ha u és v_1 által bezárt szög kisebb 90° -nál. Másképpen mondva, a gyorsabb golyó sebessége tovább növekedhet az ütközés során, ha a másik golyó a „hátsó” félgömb egy pontjában érinti azt.

Kaufmann Zoltán (Vác, Sztáron S. Gimn., II. o. t.)