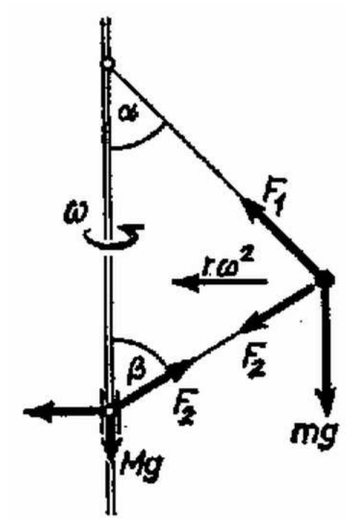
Az ábrán berajzoltuk az egyes testekre ható erőket.



A m tömegű test mozgásegyenletei a vízszintes és a függőleges komponensekre:

$$mr\omega^2 = F_1 \sin\alpha + F_2 \sin\beta, \tag{1}$$

$$0 = mg - F_1 \cos\alpha + F_2 \cos\beta. \tag{2}$$

A M tömegű test mozgásegyenletét csak a függőleges komponensekre írjuk fel:

$$0 = Mg - F_2 \cos\beta. \tag{3}$$

(1), (2) és (3) egybevetésével, valamint a

$$\sin\alpha = r/l, \qquad \sin\beta = r/s \tag{4}$$

geometriai egyenlőségek felhasználásával a

$$\frac{m+M}{\sqrt{l^2-r^2}} rg + \frac{M}{\sqrt{s^2-r^2}} rg = mr\omega^2 \tag{5}$$

egyenletet kapjuk, amelyben csak r ismeretlen. Az (5) egyenlet adott M, m és ω értékek mellett numerikusan megoldható, ebből a m tömegű test sebessége

$$v = r \cdot \omega. \tag{6}$$

Az (5) egyenletnek mindig gyöke az $r = O$. Ha ez az egyetlen gyök, a kötelek függőlegesek, a m tömeg „nem lódul ki". Annak szükséges és elégséges feltétele, hogy (5)-nek az $r = 0$-n kívül más gyöke is lehessen:

$$\frac{m+M}{l} g + \frac{Mg}{s} < m\omega^2. \tag{7}$$

Tegyük fel, hogy ω csak egy kicsit nagyobb, mint az a küszöbérték, amely fölött az $r \neq 0$ gyök megjelenik:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega = \sqrt{\frac{(M+m)g}{l} + \frac{Mg}{s}} + \Delta\omega$$

és

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1.$$

Ekkor várhatóan r is kicsi. Felhasználhatjuk, hogy ha $r/l \ll 1$, akkor

$$\frac{1}{\sqrt{l^2-r^2}} \approx \frac{1}{l\left[1-(1/2)r^2/l^2\right]} \approx \frac{1}{l} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2}\right), \tag{8}$$

hasonlóan $r/s \ll 1$ esetén

$$\frac{1}{\sqrt{s^2-r^2}} \approx \frac{1}{s}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{r^2}{s^2}\right) \tag{9}$$

(8) és (9) felhasználásával (5) az

$$m 2\omega_0 \Delta\omega \approx \frac{1}{2}\left(\frac{m+M}{l^3}+\frac{M}{s^3}\right) g r^2 \tag{10}$$

alakra hozható, ahonnan

$$r \approx \sqrt{\frac{4 m \omega_0 \Delta\omega}{(M+m) g / l^3 + M g / s^3}}. \tag{11}$$

Ha ω nő ($\Delta\omega/\omega_0$ már nem kicsi az 1-hez képest), (11) már nem jól közelíti az r-et. Ha $\omega \to \infty$, akkor r tart az l és s közül a kisebbik értékhez (csak ekkor tarthat (5) bal oldala $+\infty$-hez). Tegyük fel, hogy $s < l$ és $\omega \gg \omega_0$. Ekkor

$$r \approx s,$$

és a sebesség

$$v \approx s\omega.$$

Fordított esetben $(s > l)$ $\omega \gg \omega_0$ esetén $r \approx l$ és $v \approx l\omega$.

Kaposi András (Pannonhalma, Bencés Gimn. III. o.t.)
Blázsik Zoltán (Csongrád, Batsányi J. Gimn. III. o.t.) dolgozata alapján