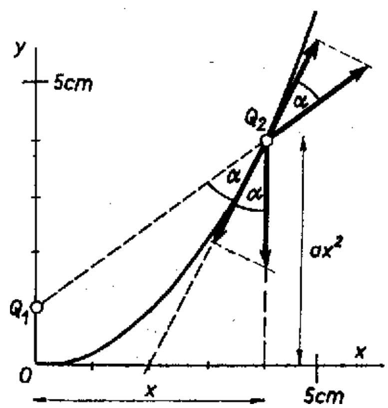
A parabola fókusztávolsága $f = 1/(4a) = 10^{-2}\text{m} = 1$ cm. A golyó helyét a parabolapályán annak $x$ koordinátája határozza meg. Rajzoljuk meg $Q_2$ helyén a parabola érintőjét, ekkor az ábrán $\alpha$-val jelölt szögek egyenlők.




Az egyensúly feltétele, hogy a testre ható Coulomb–erő, gravitációs erő és a pályára merőleges nyomóerő eredője zérus legyen, azaz az erők érintő irányú összetevőire teljesüljön:

$$mg\cos\alpha = \frac{kQ_1Q_2}{x^2 + (ax^2 - f)^2}\cos\alpha.$$

Az egyenlet triviális megoldása a $\cos\alpha = 0$, $\alpha = 90^\circ$, amikor a töltés a parabola csúcsában van. A parabola csúcsában a test labilis egyensúlyi helyzetben van. A $\cos\alpha \neq 0$ esetben a keresett $x$ értéket egy másodfokú egyenlet megoldásával kaphatjuk meg. A numerikus adatok behelyettesítése után $x = \pm 4$ cm adódik. Ez a két egyensúlyi helyzet stabil.

*Horváth László* (Celldömölk, Berzsenyi D. Gimn., IV. o. t.)

**II. megoldás.** A golyó stabil egyensúlyi helyzetét a potenciális energia minimumából meghatározhatjuk. Kihasználva, hogy a parabola azon pontok mértani helye, amelyek a fókuszponttól és az $y = -f$ egyenestől egyenlő ($r$) távolságra vannak, a potenciális energia a következő alakban írható fel:

$$E = mg(r - f) + \frac{kQ_1Q_2}{r},$$

ahol $r$ a golyó távolsága a fókuszponttól. A potenciális energia olyan $r$ érték esetén lehet minimális, ahol

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}r} = mg - \frac{kQ_1Q_2}{r^2} = 0.$$

A numerikus értékek felhasználásával $r = 5$ cm adódik, ami megfelel az $x = \pm 4$ cm-es helyzetnek. Könnyű belátni, hogy ebben a pontban

$$\frac{\mathrm{d}^2E}{\mathrm{d}r^2} > 0,$$

tehát az energiának itt lokális minimuma van. Ebből következik, hogy ez az egyensúlyi helyzet stabil.

*Kertay Zoltán* (Budapest, Petőfi S. Gimn., IV. o. t.)