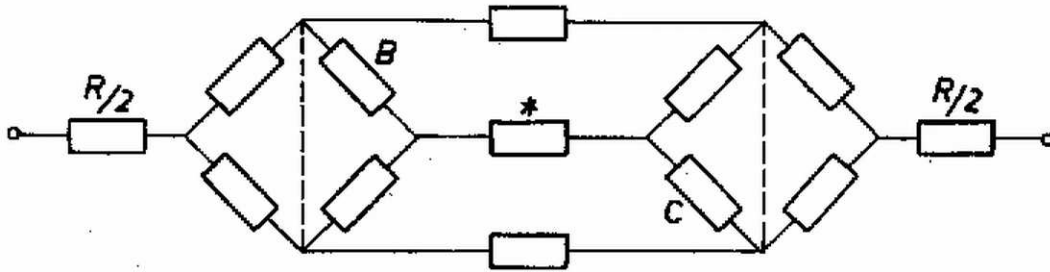


A feladatot legegyszerűbben úgy oldhatjuk meg, hogy a szuperpozíció elvét alkalmazzuk. Az ún. lineáris elemekből (egyszerű ellenállások, kondenzátorok, tekercsek és telepek) felépített hálózatok számításánál érvényes tétel szerint a telepek hatása különválasztható; a hálózat bármely ágában folyó áram összeg alakjában írható:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

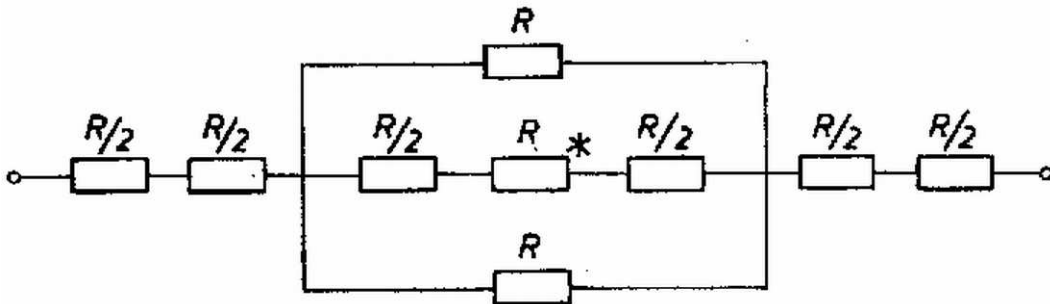
ahol I_i az i -edik telep által keltett áram, ha az összes többi telep elektromotoros erejét nullának vesszük. Ez az elv a Kirchoff-törvények következménye.

Határozzuk meg először az egyes telepek helyén folyó áramot akkor, ha csak az egyik telep elektromotoros ereje nem nulla!



1. ábra

Ha az ekvipotenciális pontokat összekötjük, akkor a kocka hálózat síkban kiterített képe alapján (1. ábra) megállapíthatjuk, hogy az eredő ellenállás (2. ábra):



2. ábra

$$R_e = R + 2 \cdot (R/2) + \frac{(R/2) \cdot 2R}{(R/2) + 2R} = \frac{12}{5}R.$$

A telepen átfolyó áram:

$$I_A = (5/12)(U/R).$$

Az 1. ábrán B és C betűvel jelöltük a másik két telep helyét. Az ott folyó áram meghatározásához a 2. ábra alapján először számítsuk ki, hogy mekkora áram folyik a *-gal jelölt ellenálláson!

A három párhuzamos ágban folyó áram nagysága fordítottan arányos az ágak ellenállásával és összegük $(5/12)(U/R)$. Ebből

$$I^* = (1/12) \cdot (U/R).$$

Az 1. ábráról látható, hogy ez az áram szimmetrikusan két részre oszlik:

$$I_B = I_C = (1/24) \cdot (U/R).$$

Ha mindhárom telepet bekapcsoljuk, akkor a telepeken átfolyó áram az egyes telepek által keltett áramok előjeles összege:

$$\begin{aligned}I_1 &= I_A - I_B + I_C = (5/12) \cdot (U/R), \\I_2 &= I_A + I_B - I_C = (5/12) \cdot (U/R), \\I_3 &= I_A - I_B - I_C = (4/12) \cdot (U/R).\end{aligned}$$

Az ellenálláshálózatot fűtő teljesítmény a telepek áramának és feszültségének szorzatából számítható:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = U \cdot (5/12)(U/R) + U \cdot (5/12)(U/R) + U \cdot (4/12)(U/R) = (7/6)U^2/R.$$

Kisvárdai László (Csongrád, Batsányi J. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. A feladat megoldható közvetlenül a Kirchhoff-törvények alkalmazásával is. Ekkor 12 ismeretlenes egyenletrendszert kell vizsgálni, de az egyenletek felírása egyszerű, a gondolatmenetben nincsenek kerülő utak.

2. A telepek polaritása az I_A , I_B , I_C áramok előjelét határozza meg. A megfelelő előjel választásával az 1364. feladat megoldását is megkaphatjuk.