Vizsgáljunk egy 0 ℃-on l_0 hosszúságú rudat, amelynek egyik végpontja az origóban van. A másik végpont koordinátái $l_x = l_0 \cos\beta$, $l_y = l_0 \cos\gamma$, $l_z = l_0 \cos\delta$. A rúd hossza úgy fog növekedni, mint egy l_x, l_y, l_z oldalakkal rendelkező téglatest testátlója. Ha a rúd origóbeli végpontját rögzítjük, a másik végpont új koordinátái Δt hőmérsékletváltozás után:

$$l_x(1+\alpha_x\Delta t), \qquad l_y(1+\alpha_y\Delta t), \qquad l_z=(1+\alpha_z\Delta t).$$

A testátló hossza a térbeli Pitagorász-tétel alapján:

$$l = l_0\sqrt{\cos^2\beta(1+\alpha_x\Delta t)^2+\cos^2\gamma(1+\alpha_y\Delta t)^2+\cos^2\delta(1+\alpha_z\Delta t)^2}.$$

Másrészt, ha a rúd lineáris hőtágulási együtthatója α, akkor

$$l = l_0(1+\alpha\Delta t).$$

A két egyenlőségből négyzetreemelés után kapjuk:

$$1+2\alpha\Delta t+\alpha^2(\Delta t)^2=\cos^2\beta+\cos^2\gamma+\cos^2\delta+$$
$$+2\Delta t(\alpha_x\cos^2\beta+\alpha_y\cos^2\gamma+\alpha_z\cos^2\delta)+(\Delta t)^2(\alpha_x^2\cos^2\beta+\alpha_y^2\cos^2\gamma+\alpha_z^2\cos^2\delta).$$

Az egyenlőség mindkét oldalán Δt-nek mint változónak másodfokú polinomja áll. Két polinom akkor és csak akkor egyenlő a változó minden értékére, ha együtthatóik rendre megegyeznek, így a lineáris tagokból nyerjük:

$$\alpha=\alpha_x\cos^2\beta+\alpha_y\cos^2\gamma+\alpha_z\cos^2\delta.$$

A másodfokú tagok együtthatóit egyenlővé téve az

$$\alpha=\sqrt{\alpha_x^2\cos^2\beta+\cos^2\gamma+\alpha_z^2\cos^2\delta}$$

feltételt kapjuk, ez az érték általában különbözik az előbb nyert értéktől. Ebből következik, hogy a vizsgált rúd hossza pontosan nem az $l=l_0(1+\alpha\Delta t)$ képlet szerint változik, azonban kis Δt esetében a $(\Delta t)^2$-es tagok elhanyagolhatóak a Δt-t tartalmazó tagok mellett, tehát az előbb vizsgált másodfokú polinomok kis Δt mellett

$$\alpha=\alpha_x\cos^2\beta+\alpha_y\cos^2\gamma+\alpha_z\cos^2\delta$$

esetén egyenlőknek tekinthetők.

Eszerint a most felírt α érték adja meg a rúd lineáris hőtágulási együtthatóját, ezzel az együtthatóval kis Δt mellett az $l=l_0(1+\alpha\Delta t)$ képlet szerint számolhatjuk a rúd hosszát.

Tóth Csaba (Sopron, Széchenyi I. Gimn., III. o. t.)