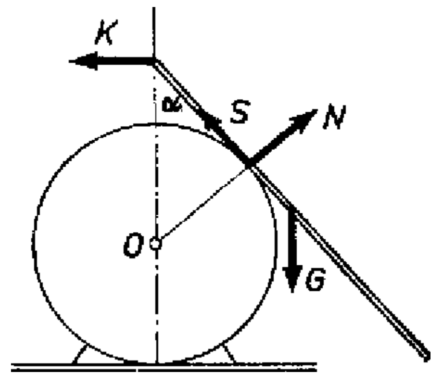
Szimmetrikaokok miatt elegendő az egyik pálca egyensúlyi feltételeivel foglalkoznunk. Írjuk fel a pálcára ható erőket!



Az mg súlyerő a súlypontban támad, függőlegesen lefelé mutat. A henger erőt fejt ki a pálcára az érintési pontban, amelynek rúdirányú komponensét (súrlódási erő), S-sel, a rá merőleges összetevőjét N-nel jelöltük. A csukló által kifejtett K kényszererő vízszintes irányú, ha a csukló tömege elhanyagolhatónak tekinthető.

A pálca egyensúlyban van, ezért a rá ható erők eredője nulla:

(1) $$-K-S\cdot\sin\alpha+N\cdot\cos\alpha=0,$$

(2) $$-G+S\cos\alpha+N\sin\alpha=0,$$

továbbá a csuklóra felírt fargatónyomatékok összege nulla:

(3) $$Nr\operatorname{ctg}\alpha-G(l/2)\sin\alpha=0.$$

Az S súrlódási erő abszolút értéke maximálisan az N nyomóerő μ-szörösével lehet egyenlő:

(4) $$|S|<\mu N.$$

A (2) és (3) egyenletekből kifejezhető S és N, majd (4)-be írva kapjuk, hogy a rendszer olyan α mellett lesz egyensúlyban, amelyre

(5) $$\left|\frac{1}{(l/2r)\cdot\sin^2\alpha}-\operatorname{tg}\alpha\right|\le\mu.$$

Egyszerűsíthető az abszolút érték jelek között álló kifejezés, ha felhasználjuk az l-re és r-re megadott numerikus értékeket ($l/(2r)=1$):

(6) $$\left|\frac{-\operatorname{tg}^3\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha+1}{\operatorname{tg}^2\alpha}\right|\le\mu.$$

A bal oldal számlálójában szereplő kifejezés tgα harmadfokú függvénye. Ezt a függvényt vizsgálva megállapíthatjuk, hogy csak a $\operatorname{tg}\alpha_0\approx 1{,}47$ értéknél lesz nulla, ennél kisebb tgα értékekre pozitív, nagyobbakra negatív lesz az előjele. Ennek figyelembevételével szabad csak az abszolút érték jelet felbontani.

1. Ha $\operatorname{tg}\alpha<1{,}47$, akkor

(7a) $$-\operatorname{tg}^3\alpha+0{,}8\cdot\operatorname{tg}^2\alpha+1\le 0,$$

2. ha $\operatorname{tg}\alpha>1{,}47$, akkor

(7b) $$\operatorname{tg}^3\alpha-1{,}2\cdot\operatorname{tg}^2\alpha-1\le 0.$$

(Felhasználtuk μ megadott értékét.) Az egyenlőtlenségeket közelítő módszerekkel oldhatjuk meg a függvényanalízis eszközeit használva. (7a) megoldása: $\operatorname{tg}\alpha>1{,}35$, (7b) megoldása: $\operatorname{tg}\alpha<1{,}59$. A $\operatorname{tg}\alpha$-ra megengedett szélső értékeket visszakeresve kijelenthetjük, hogy $53{,}5^\circ<\alpha<57{,}9^\circ$ esetén van a rendszer egyensúlyban.

Kárpáti Tibor (Pécs, Zipernovszky K. Szakközépisk., IV. o. t.) dolgozata alapján