I. megoldás. Az olaj emelkedése során a kondenzátor kapacitása növekszik, és mivel feszültségforrásra van kapcsolva, töltés áramlik rá. Δx szintemelkedésnél, miközben a kapacitás $C_2 - C_1 = \Delta C$-vel növekszik, $Q_2 - Q_1 = \Delta Q = U \Delta C$ a töltésváltozás.

A kondenzátor energiája

$$\Delta W_{\mathrm{kond}} = (1/2) C_2 U^2 - (1/2) C_1 U^2 = (1/2) U^2 \Delta C \tag{1}$$

értékkel növekszik, míg a telep

$$\Delta L_{\mathrm{telep}} = \int_{Q_1}^{Q_2} U \mathrm{d}Q = U(Q_2 - Q_1) = U \Delta Q = U^2 \Delta C \tag{2}$$

munkát végez. A telep energiaszolgáltatásának tehát csak a fele növeli a kondenzátor energiáját, a másik fele mechanikai munkává alakul (az olaj mozgási és potenciális energiájának növelésével). Ez lehetővé teszi a kondenzátor belsejében levő dielektrikumra ható erő meghatározását.

Az olajszint Δx elmozdulása során a telep energiaszolgáltatása:

$$\Delta L_{\mathrm{telep}} = \Delta W_{\mathrm{kond}} + F \Delta x,$$

ahol F a dielektrikumra függőlegesen felfelé ható erő, azaz (1) és (2) alapján

$$(1/2) U^2 \Delta C = F \Delta x,$$
$$F = (1/2) U^2 \Delta C / \Delta x.$$

Mivel $\lim\limits_{\Delta x \to 0} (\Delta C / \Delta x) = \dfrac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x}$, azért végül a következő pontos formulát kapjuk:

$$F = (1/2) U^2 \, \mathrm{d}C / \mathrm{d}x. \tag{3}$$

A hátralevő feladat a kapacitás x függésének meghatározása, ennek a függvénynek a deriváltját kell majd kiszámítanunk. A dielektrikumot részben tartalmazó kondenzátor eredő kapacitása két olyan párhuzamosan kapcsolt kondenzátor kapacitásának összegével egyenlő, melyek közül az egyik tartalmazza a transzformátorolajat, a másik nem.

Ha a kondenzátor lemezeinek szélessége a, magassága $2b$, távolságuk d, és az emelkedést a külső olajszinttől mérjük, az eredő kapacitás

$$C(x) = \frac{\varepsilon_0 a(b-x)}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r a(b+x)}{d} = \frac{ab}{d} \varepsilon_0 (\varepsilon_r + 1) + \frac{ax}{d} \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1). \tag{4}$$

(A levegő dielektromos állandója $\varepsilon_{\mathrm{lev}} \approx 1.$) (3) alapján a dielektrikumra ható erő

$$F = (1/2) U^2 \, \mathrm{d}C / dx = (1/2) U^2 (a/d) \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1). \tag{5}$$

Az erő független attól, hogy a dielektrikum mennyire hatol be a lemezek közé! Az olaj mozgásának csillapodása után kialakuló egyensúlynál a felemelkedett olaj súlya az F erővel egyenlő:

$$F = mg,$$
$$(1/2) U^2 (a/d) \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) = \varrho \, adhg, \tag{6}$$

ahol h az emelkedési magasság, ϱ pedig az olaj sűrűsége.

Végeredményben:

$$h = \frac{U^2 \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1)}{2 \varrho \, g d^2} = 0{,}6 \text{ mm}. \tag{7}$$

Kotek Gábor (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Energetikailag vizsgálva a kondenzátor-olaj rendszert, nem szabad megfeledkezni arról, hogy míg az olajszint emelkedésével a folyadék potenciális energiája és a kondenzátor elektromos energiája egyaránt növekszik, addig a telep munkavégzése a rendszer szempontjából energianyereséget jelent.

Jelöljük a telep bekapcsolása előtti összenergiát W_0 lal. A bekapcsolás után a rendszer olyan helyzetet foglal el, ahol energiája minimális.

x olajszint emelkedésnél a teljes energia:

$$W(x) = W_0 - L + W_{\mathrm{kond}} + W_{\mathrm{olaj}}, \tag{8}$$

ahol

$$L=\int_0^Q U\mathrm{d}Q=UQ=U^2C$$

a telep állandó feszültségen végzett munkája,

$$W_{\mathrm{kond}}=(1/2)CU^2$$

a kondenzátor elektromos energiája,

$$W_{\mathrm{olaj}}=mg(x/2)=(\varrho\ adx)g(x/2)$$

pedig a megemelkedett olaj potenciális energianövekedése. A kapacitás x függésének ismeretében $\big[$(4) egyenlet$\big]$ a teljes energia:

$$W(x)=W_0-(1/2)\big[(ab/d)\varepsilon_0(\varepsilon_r+1)+(ax/d)\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\big]U^2+\varrho\ adg(x^2/2). \tag{9}$$

Belátható, hogy ennek a másodfokú függvénynek az

$$x=\frac{U^2\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)}{2\varrho\ gd^2}=0,6\ \mathrm{mm} \tag{10}$$

helyen van minimuma. Minden más x esetén $W(x)$ határozottan nagyobb, mint a minimális érték, ezért az egyensúlyi helyzet stabil. Az energiakülönbség az olaj mozgási energiájává, majd a csillapodás során hőenergiává alakul.

Faragd Béla (Csongrád, Batsányi J. Gimn., IV. o. t.)