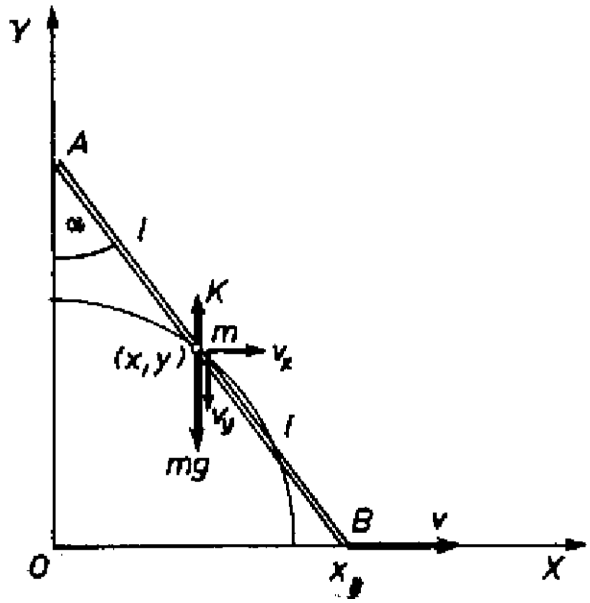
Határozzuk meg először az m tömegű gyöngy sebességét és gyorsulását a falakhoz rögzített (X, Y) koordinátarendszerhez viszonyítva. Legyenek $(x; y)$ a pálca középpontjának koordinátái, míg a B pontéi $(x_B; 0)$.



Az ábra alapján

(1) $$x_B = 2l \cdot \sin\alpha,$$

(2) $$x_B = 2x.$$

A gyöngy l sugarú negyedköríven mozog:

(3) $$x^2 + y^2 = l^2,$$

ahol az x, y koordináták az idő függvényei. A sebesség komponensek kiszámításához differenciáljuk az idő szerint a (3) egyenlet mindkét oldalát. Az összetett függvények differenciálási szabályát alkalmazva

(4) $$2x \cdot v_x + 2y \cdot v_y = 0,$$

ahol v_x és v_y az m tömeg sebességének X, ill. Y irányú komponense ($v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t,\ v_y = \mathrm{d}y/\mathrm{d}t$). Járjunk el hasonlóan a (2) egyenlettel is, így kapjuk:

(5) $$v = 2v_x.$$

(4) és (5) egybevetésével a sebességkomponensek

(6a) $$v_x = v/2,$$

(6b) $$v_y = -(v/2) \cdot \ \mathrm{tg}\ \alpha.$$

Az (1) egyenlet mindkét oldalának idő szerinti differenciálásával nyerjük:

(7) $$v = 2l\cos\alpha \cdot (\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}t).$$

Deriválva a (6a) és a (6b) egyenleteket, ezt az összefüggést használjuk fel a gyorsuláskomponensek kiszámítására:

(8a) $$a_x = 0,$$

(8b) $$a_y = \frac{-v}{2\cos^2\alpha} \cdot \frac{v}{2l\cos\alpha} = -\frac{v^2}{4l\cos^2\alpha}.$$

Láthatjuk, hogy a gyöngy csak függőleges irányban gyorsul, így a pálca részéről rá ható K kényszererő is függőleges irányú. A dinamika alaptörvényét az m tömegű testre felírva:

$$K - mg = ma_y,$$

(9) $$K = m\left(g - \frac{v^2}{4l\,\cos^3\alpha}\right).$$

A gyöngy ekkora erővel hat függőlegesen lefelé a pálcára. Abban a pillanatban, amikor $\alpha = 45°$, $K = m\left(g - \frac{v^2}{\sqrt{2}l}\right)$.

Fried Miklós (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján