

Ha az  $F$  erő az álló korong-rendszert  $t$  idő alatt  $\omega$  szögsebességre gyorsítja, akkor a szöggyorsulás  $\beta = \omega/t$  volt. Az  $\omega$  szögsebességet a munkatétellel fogjuk meghatározni.

Az  $F$  erő által végzett munka  $W = F \cdot s = F \cdot R \cdot \omega t$ . Ez a munkavégzés egyenlő a rendszer kinetikus energiájával. A nagy korong forgási energiája  $E_1 = (1/2) \Theta \omega^2$ . A kis korong összetett mozgást végez: tömegközéppontja  $v = \omega d$  sebességgel kering a nagy korong forgástengelye körül, a kis korong pedig saját tengelye körül  $\omega_1$  szögsebességgel végez forgó mozgást. Ilyen esetben a mozgási energia egyszerűen az  $E_2 = (1/2) \Theta_1 \omega_1^2$  forgási energia és a tömegközéppont haladó mozgásából származó  $E_3 = (1/2) m v^2 = (1/2) m d^2 \omega^2$  energia összeadásából számítható. A teljes mozgási energia:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = (1/2) \Theta \omega^2 + (1/2) m d^2 \omega^2 + (1/2) \Theta_1 \omega_1^2.$$

Az ismeretlen  $\omega_1$  szögsebességet abból a kényszerfeltételből határozhatjuk meg, hogy a kis korong tapadva gördül. Mivel a középpontja  $v = d\omega$  sebességgel mozog, a korong pereme akkor nem fog megcsúszni, ha a saját forgásból származó sebesség ezzel ellentétes irányú, de egyenlő nagyságú,  $\omega_1 \cdot r = v = d\omega$ . Az  $\omega_1 = \omega(r/d)$  értéket behelyettesítve kapjuk, hogy

$$E = \frac{1}{2} \left( \Theta + m d^2 + \Theta_1 \frac{d^2}{r^2} \right) \omega^2.$$

Ezt egyenlővé téve a mozgási energiával és a  $\beta = \omega/t$  kifejezve kapjuk, hogy

$$\beta = \frac{F \cdot R}{\Theta + m d^2 + \Theta_1 \cdot d^2 / r^2}.$$

A megoldás helyességéről meggyőződhetünk, ha a határeseteket megvizsgáljuk. Ha  $r = d$ , akkor végeredményben a kis korong nem mozog a nagyhoz képest; ennek megfelelően az eredmény:

$$\beta = \frac{FR}{\Theta + m d^2 + \Theta_1},$$

ahol  $m d^2 + \Theta_1$ , a kis korongnak a forgástengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka. Ha  $r$  kicsi (miközben a kis korong tehetetlenségi nyomatéka az eredeti érték), akkor a kért szöggyorsulás is kicsi lesz, mert a kis korongot nagyon gyorsan kell pörgetni.

*Karanyi József* (Ajka, Bródy I. Gimn., IV. o. t.)

*Megjegyzés.* Sok versenyző a hibás  $\omega_1 = \omega \cdot (d - r)/d$  kényszerfeltételt használta. Ekkor nem teljesülne az  $r = d$  esetben, hogy a nagy korongot egyszer megforgatva, a kis korong is megfordul a tengelye körül.