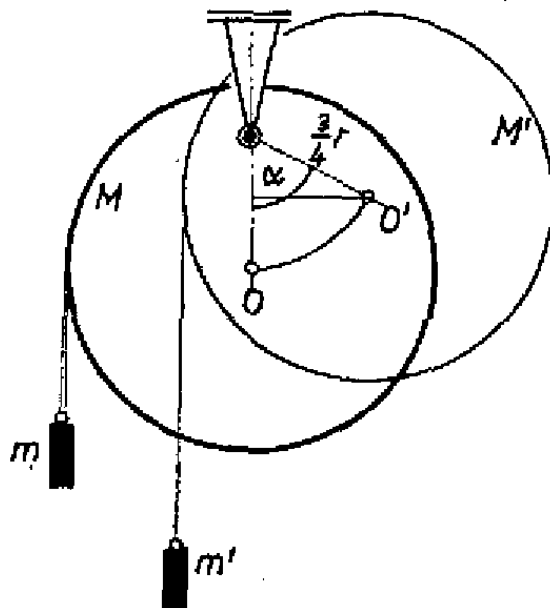


A henger az elengedés után olyan α szöggel tér ki eredeti helyzetéből, hogy a rá ható erők forgatónyomatékainak eredője nulla legyen (l. az ábrát):



$$Mg \cdot (3/4)r \sin \alpha = mg(r - (3/4)r \sin \alpha),$$

ahonnan

$$\sin \alpha = \frac{4m}{3(M+m)} = 0,889,$$

$$\alpha = 62,7^\circ.$$

Az elfordulás során olyan hosszú fonál tekeredik le a korongról, amekkora az α középponti szöghöz tartozó körív hossza:

$$l = \alpha r = \frac{62,7^\circ \cdot \pi}{180^\circ} \cdot 0,6 \text{ m} = 0,656 \text{ m}.$$

Az m tömegű test a korong középpontjához képest l távolsággal kerül mélyebbre, azonban az elfordulás során a korong középpontja

$$a = (3/4)r(1 - \cos \alpha) = 0,243 \text{ m}$$

távolsággal emelkedik. Így az m tömeg

$$h = l - a = 0,413 \text{ m-rel}$$

kerül mélyebbre.

Séra Péter (Kazincbarcika, Ságvári E. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. A nyugalmi helyzetet annak alapján is meghatározhatjuk, hogy milyen α szögkitérés mellett lesz a rendszer helyzeti energiája minimális. A helyzeti energiát a tengely magasságában tekintve 0-nak, tetszőleges α kitérés esetén

$$E_h = -Mg(3/4)r \cos \alpha - mg(l_0 + r\alpha + (3/4)r \cos \alpha),$$

ahol l_0 az m tömegű test súlypontjának és a fonál és a henger érintkezési pontjának távolsága elengedés előtt. Ez a kifejezés akkor minimális, ha α szerinti differenciálhányadosa nulla:

$$Mg(3/4)r \sin \alpha - mgr + mg(3/4)r \sin \alpha = 0,$$

ahonnan

$$\sin \alpha = \frac{4m}{3(M+m)}.$$

A megoldás tovább azonos az I. megoldással.

Kókai László (Csongrád, Batsányi J. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Az α szögű stabil nyugalmi helyzetén kívül $180^\circ - \alpha$ szögkitérés esetén is egyensúlyban van a rendszer, ez a helyzet azonban labilis.

Túlságosan nagy m tömeg esetén a korong átfordul és a teljes fonál letekeredik. Ez biztosan bekövetkezik akkor, ha a m tömegű test súlyerejének forgatónyomatéka még az $\alpha = 90^\circ$ -os helyzetben is nagyobb, mint a korong súlyerejének nyomatéka

$$mg(r/4) > Mg(3r/4),$$

vagyis

$$m > 3M.$$

Ekkor a $\sin \alpha = \frac{4m}{3(M+m)}$ összefüggés $\sin \alpha$ -ra 1-nél nagyobb értéket ad.

Samu Péter (Csongrád, Batsányi J. Gimn., II. o. t.)

2. Bár a feladatban „súrlódásmentes elfordulás” szerepel, mégis valamennyi megoldó feltételezte, hogy a rendszer lengéseit valami erősen csillapítja, és így nem történhet meg, hogy a korong „lendületből” átforduljon. Érdemes megvizsgálni, hogy milyen feltételek mellett történhet ilyen átfordulás.