Feltesszük, hogy a hajó a két város között egyenletes sebességgel mozog, tehát nem végez gyorsítási munkát. A gravitációval szemben végzett munka független a sebességtől, ezért a minimum számításakor úgyis kiesne. (Nagysága is sokkal kisebb, mint a közegellenállás legyőzésére kifejtett munka.) A közegellenállási erő arányos a sebesség négyzetével:

$$F = b \cdot v^2,$$

v a hajó folyóhoz viszonyított sebessége, b a közegtől és a hajó alakjától függő állandó. A két város közötti s távolság megtételéhez szükséges idő:

$$t = s/(v-c),$$

hiszen a parthoz viszonyított sebesség $(v-c)$. A hajó motorja a folyóra ható erőt fejt ki, ezért az erőt a folyóhoz képest megtett úttal: $v \cdot t$-vel kell szorozni, amikor a munkát számoljuk:

$$W = F \cdot vt = b \cdot v^3 \cdot t = b \cdot sv^3/(v-c).$$

W-nek ott van szélsőértéke, ahol deriváltja eltűnik. A

$$W' = b \cdot s \, \frac{3v^2(v-c) - v^3}{(v-c)^2} = 0$$

egyenletből

$$v = (3/2)c.$$

(A $v = 0$ megoldásnak a feladat szempontjából nincs értelme.)

A második derivált

$$W'' = b \cdot s \cdot \left(\frac{6v}{v-c} - \frac{2v^2(2v-3c)}{(v-c)^3} \right).$$

A $v = (3/2)c$ helyen $W'' = b \cdot s \cdot 18$, tehát pozitív, ezért ez az érték valóban minimumot jelent. Ebben az esetben tehát a hajó parthoz viszonyított sebessége $(v-c) = (1/2)c$, vagyis 3 km/h.

Hordós Klára (Kecskemét, Katona J. Gimn., IV. o. t.)