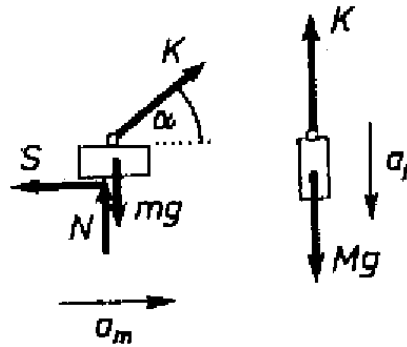


Az 1. ábrán feltüntettük a testekre ható erőket.



1. ábra

Felhasználtuk, hogy a kötélt tömege elhanyagolható, ezért két végén azonos nagyságú erőt fejt ki. Newton II. törvénye a m tömegű testre:

$$ma_m = K \cos \alpha - S,$$

ha a_m az 1. ábra szerint pozitív. Mivel a test függőleges irányban nem gyorsulhat,

$$0 = K \cdot \sin \alpha + N - mg.$$

A M tömegű test mozgásegyenlete

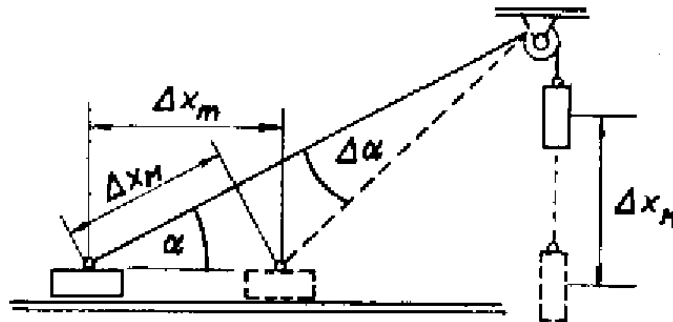
$$Ma_M = Mg - K.$$

Ha a rendszer mozgásban van, a súrlódási erő és az N nyomóerő között az

$$S = \mu N$$

kapcsolat érvényes.

A fenti egyenletekből álló egyenletrendszerben S , N , a_m , a_M és K ismereten. Az egyenletrendszer megoldhatóságához szükséges ötödik egyenletet az az összefüggés adja, ami a kötélt nyújthatatlansága miatt a két test gyorsulása között fennáll.



2. ábra

A M tömeg Δx_M elmozdulásához a 2. ábra alapján a m tömeg

$$\Delta x_M = \Delta x_m \cos \alpha$$

elmozdulása tartozik. A közben eltelt idővel osztva kapjuk:

$$v_M = v_m \cdot \cos \alpha.$$

A sebesség megváltozása:

$$\Delta v_M = \Delta v_m \cdot \cos \alpha + v_m \cdot \Delta \cos \alpha.$$

A második tag azt fejezi ki, hogy az m tömeg sebessége akkor is változik, ha az M tömeg sebessége állandó. Felhasználva a

$$\Delta \cos \alpha \cong -\Delta \alpha \cdot \sin \alpha$$

összefüggést, Δt -vel osztva kapjuk:

$$a_M = a_m \cdot \cos \alpha - v_m (\Delta \alpha / \Delta t) \cdot \sin \alpha.$$

Figyelembe véve, hogy

$$\Delta\alpha = (\Delta x_m \cdot \sin \alpha)/l$$

(itt $l = h/\sin \alpha$, a kötélág hossza), végeredményben az egyenletrendszerhez hiányzó egyenlet:

$$a_M = a_m \cdot \cos \alpha - (v_m^2 \sin^3 \alpha)/h.$$

A kért mennyiségeket kifejezve:

$$a_m = \frac{M \left(g + \frac{v_m^2}{h} \cdot \sin^3 \alpha \right) (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg}{m + M \cos \alpha (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}$$
$$K = \frac{ma_m + \mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}.$$

Számadatainkkal:

$$a_m = 2,1 \text{ m/s}^2, \quad K = 220 \text{ N}.$$

Ha a sebesség ellenkező irányú, akkor a súrlódási erő előjelet vált. A megoldásban ezt úgy vehetjük figyelembe, hogy μ előjelét megváltoztatjuk. Az eredmény:

$$a_m = 5,0 \text{ m/s}^2, \quad K = 168 \text{ N}.$$

Harsányi Gábor (Bp., Radnóti M. Gyak. Gimn., III. o. t.)