A két részecske abban a pillanatban van a legközelebb, amikor egymáshoz viszonyítva nem mozognak, vagyis sebességük megegyezik. (Csak a tömegközépponthoz rögzített koordinátarendszerben lesz a részecskék sebessége 0!) Az impulzus és az energia megmaradásának tétele szerint

$$m_1v_1+m_2v_2=(m_1+m_2)v, \tag{1}$$

$$k\frac{q_1q_2}{r_0}+\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=k\frac{q_1q_2}{r_{\min}}+\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2, \tag{2}$$

ahol v a két részecske közös sebessége abban a pillanatban, amikor a minimális $r_{\min}$ távolságra vannak; v megegyezik a tömegközéppont sebességével. (1)-ből

$$v=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}, \tag{3}$$

v-t (2) helyettesítve és rendezve kapjuk:

$$r_{\min}=\frac{kq_1q_2}{k\dfrac{q_1q_2}{r_0}+\dfrac{1}{2}\dfrac{m_1m_2}{(m_1+m_2)}(v_1-v_2)^2}.$$

Ha a részecskék nagy távolságra vannak egymástól, helyzeti energiájuk elhanyagolható. Sebességük ekkor legyen v_1' ill. v_2'. Az impulzus és az energia megmaradása alapján

$$(m_1+m_2)v=m_1v_1'+m_2v_2', \tag{4}$$

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2+k\frac{q_1q_2}{r_{\min}}=\frac{1}{2}m_1(v_1')^2+\frac{1}{2}m_2(v_2')^2. \tag{5}$$

Az egyenletrendszert megoldva nyerjük:

$$v_1'=v\pm\sqrt{\frac{2m_2}{m_1(m_1+m_2)}\frac{kq_1q_2}{r_{\min}}},$$

$$v_2'=v\mp\sqrt{\frac{2m_1}{m_2(m_1+m_2)}\frac{kq_1q_2}{r_{\min}}}.,$$

Mivel a részecskék ellenkező irányban távolodnak, mint ahogyan közeledtek egymáshoz, azért ha az előjeles sebességekre $v_1<v_2$, akkor a felső, $v_1>v_2$ esetén pedig az alsó előjel érvényes.

Virosztek Attila (Szolnok, Verseghy F. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A részecskék között konzervatív erő hat, így pontosan érvényes az energia megmaradásának tétele. A vizsgált folyamat tehát egy tökéletesen rugalmas ütközés, ahol nemcsak a kezdő- és végállapotot, hanem még a közbenső helyzeteket, az ütközés lefolyását is nyomon tudjuk követni.

Györgyi Géza (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján