

I. megoldás. Az autó benzinfogyasztása az általa végzett munkával arányos: Ha a földön álló autó 0 m/s-ról 5 m/s-ra gyorsul, a végzett munka $(1/2)m(5 \text{ m/s})^2$, ha 5 m/s-ról 10 m/s-ra gyorsul, a munkavégzés $(1/2)m[(10 \text{ m/s})^2 - (5 \text{ m/s})^2]$ (m az autó tömege), így az utóbbi gyorsításkor a benzinfogyasztás a megelőző háromszorosa.

A gyorsításhoz szükséges munka a kerekek és a talaj között fellépő tapadási súrlódási erő és az erő irányába eső elmozdulás szorzatával egyenlő. Az elmozdulás az egymásra erővel ható két test közötti relatív elmozdulást jelenti. (A relatív elmozdulás a koordináta-rendszerbeli elmozdulások előjeles különbsége.) Ez nyilván nem függ a vonatkoztatási rendszer megválasztásától, így bár a gyorsítás második szakasza a mozgó inerciarendszerből 0 m/s-ról 5 m/s-ra történő gyorsulásnak látszik, a benzinfogyasztás mégis háromszorosa az álló rendszerben hasonlóan gyorsuló autó fogyasztásának.

Földvári Csaba (Budapest, Apáczai Csere J. Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. Változtassuk meg az autó sebességét Δu -val. Ekkor a Föld sebessége Δv -vel változik meg, és teljesül az impulzus megmaradásának törvénye:

$$(1) \quad m\Delta u = M\Delta v$$

(m az autó, M a Föld tömege).

Az A koordináta-rendszerben a Föld kezdetben állt, az autó u sebességgel mozgott. Ebben a rendszerben az összenergia megváltozása:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta E_{\text{Föld}} + \Delta E_{\text{autó}} = (1/2)M(\Delta v)^2 + (1/2)m[(u + \Delta u)^2 - u^2] = \\ &= (m/M) \cdot (1/2)m(\Delta u)^2 + (1/2)m[2u(\Delta u) + (\Delta u)^2]. \end{aligned}$$

A B rendszerben kezdetben az autó állt, így ebben a rendszerben az energiaváltozás:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta E_{\text{Föld}} + \Delta E_{\text{autó}} = (1/2)M[(u + \Delta v)^2 - u^2] + (1/2)m(\Delta u)^2 = \\ &= [(m/M) \cdot (1/2)m(\Delta u)^2 + m(\Delta u)u] + [(1/2)m(\Delta u)^2]. \end{aligned}$$

(A számolásnál felhasználtuk az (1) egyenlőséget.)

Látjuk, hogy az autó sebességének megváltoztatásához mindkét rendszerben ugyanannyi munka szükséges. Az A rendszerből úgy látjuk, hogy csak az autó mozgási energiája változott lényegesen [mivel $(m/M) \ll 1$], míg a B rendszerből úgy látjuk, hogy a Föld mozgási energiája is lényegesen megváltozott.

Az inerciarendszerek ekvivalenciája „energetikailag” is általánosan érvényes, mivel az energiákra vonatkozó egyenletek a Newton egyenletekből vezethetők le.

Györgyi Géza (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)