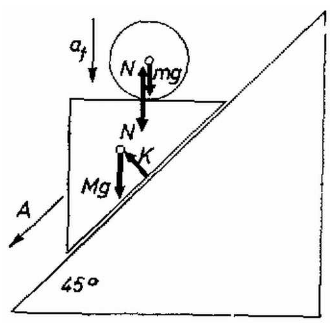
Először tekintsük a súrlódásmentes esetet! A hengerre hat a saját súlya (mg) és az ék által kifejtett N nyomóerő. Mivel a hengerre csak függőleges erők hatnak, a henger gyorsulása függőleges (nagysága a_f), és nincs szöggyorsulás. Az ékre a saját súlyán kívül hat a henger függőlegesen lefelé irányuló N erővel és a lejtő K kényszererővel, amely a lejtő síkjára merőleges. Az erők együttesen A lejtőirányú gyorsulást hoznak létre (1. ábra).



1. ábra

A henger és az ék mozgását leíró egyenletek:

$$mg - N = ma_f,$$
$$MA = (Mg + N)\ \sin\ \alpha,$$
$$K = (N + Mg)\ \cos\ \alpha.$$

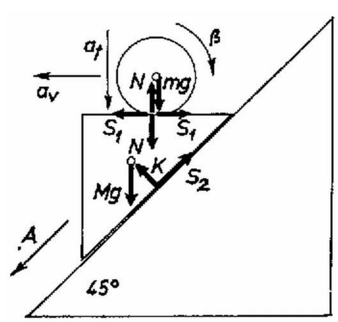
Mivel a henger a hasábon marad, $a_f = A\ \sin\ \alpha$.

A négy egyenletből

$$A = \frac{M+m}{M + m\ \sin^2\ \alpha} \cdot g\ \sin\ \alpha,$$

$$a_f = \frac{M+m}{M + m\ \sin^2\ \alpha} g\ \sin^2\ \alpha.$$

Most vizsgáljuk a súrlódásos esetet! Ekkor az előzőeken kívül fellép a henger és az ék között egy S_1, valamint az ék és a lejtő között egy S_2 súrlódási erő (2. ábra.).



2. ábra

A henger vízszintes gyorsulása legyen a_v, a szöggyorsulása pedig β. A henger és az ék mozgását leíró egyenletek:

$$ma_f = mg - N,$$
$$ma_v = S_1,$$
$$(1/2)mR^2\ \beta = S_1 R,$$
$$MA = (Mg + N)\ \sin\ \alpha - S_1\ \cos\ \alpha - S_2,$$
$$K = (Mg + N)\ \cos\ \alpha + S_1\ \sin\ \alpha.$$

A henger az éken marad, tehát $a_f = A\ \sin\ \alpha$, ha a hasáb a lejtőn csúszik: $S_2 = \mu K$. A továbbiakban két esetet kell megkülönböztetnünk:

I. A henger tisztán gördül (nincs csúszás), ekkor

$$a_v + R\beta = A\ \cos\ \alpha,$$

és teljesülnie kell az

$$S_1 \leq \mu N \tag{1}$$

feltételnek.

II. A henger csúszik is, akkor $S_1 = \mu N$, és

$$a_v + R\beta \leq A \ \cos \ \alpha,$$

Az I. esetben az egyenletek megoldása:

$$a_v = \frac{(M+m)(1-\mu)}{6M+2m(2-\mu)}g;$$
$$a_f = \frac{A}{\sqrt{2}} = 3a_v; \quad \beta = \frac{2a_v}{R},$$

és a (1) feltétel:

$$\frac{M+m}{3M+m}\frac{1-\mu}{1+\mu} \leq \mu.$$

A II. esetben a gyorsulások:

$$a_v = \frac{\mu(1+\mu)M}{2M+m[(1-\mu)-\mu(1+\mu)]}g;$$
$$a_f = \frac{A}{\sqrt{2}} = g\frac{M(1-\mu)+m[(1-\mu)-\mu(1+\mu)]}{2M+m[(1-\mu)-\mu(1+\mu)]};$$
$$\beta = \frac{2a_v}{R},$$

és a feltétel

$$\frac{M+m}{3M+m}\frac{1-\mu}{1+\mu} \geq \mu.$$

Ha $\mu \geq \mathrm{tg}\ \alpha = 1$, a hasáb nem indul meg a lejtőn.

A gyorsulásokból és a mozgás kezdetétől eltelt időből a sebességek kiszámíthatók.

Kárpáti Gábor (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján