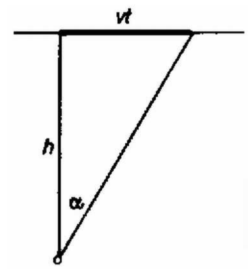
Válasszuk 0-nak azt az időpontot, amikor az autó áthalad a lokátortól az úthoz húzott merőleges talppontján! Mérjük a lokátor szögelfordulását ettől a merőlegestől!



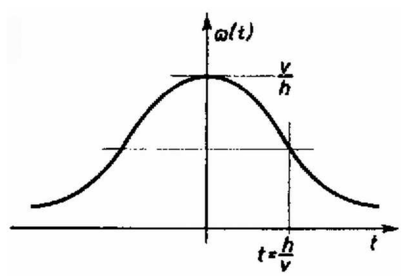
1. ábra

Az 1. ábra alapján

(1) $$\operatorname{tg}\,\alpha = \frac{v \cdot t}{h}; \quad t = \frac{h}{v}\operatorname{tg}\,\alpha.$$

Így

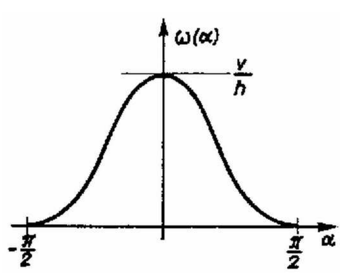
$$\alpha = \operatorname{arc}\,\operatorname{tg}(v \cdot t/h).$$



2. ábra

A lokátor szögsebessége (2. ábra):

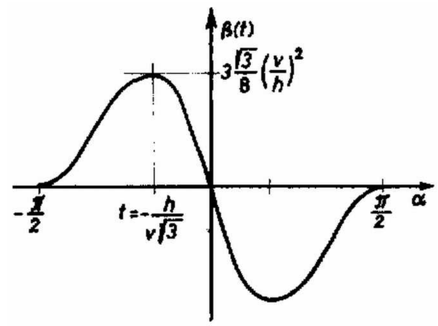
$$\omega(t) = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \frac{v}{h} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{v^2 t^2}{h^2}}.$$



3. ábra

$t-$t (1) segítségével kiküszöbölve kapjuk ω-t mint α függvényét (3. ábra):

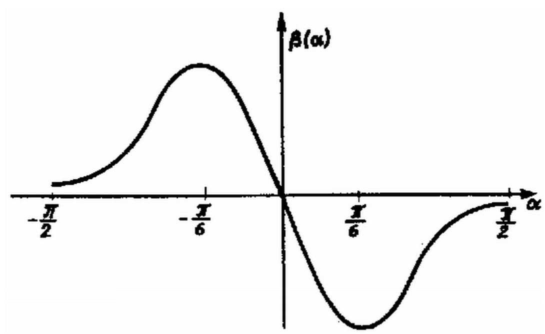
$$\omega(\alpha) = \frac{v}{h}\cos^2\,\alpha.$$



4. ábra

A szöggyorsulás a szögsebesség idő szerinti deriváltja (4 ábra):

$$\beta(t)=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=-2\left(\frac{v}{h}\right)^2\frac{vt}{h}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{v^2t^2}{h^2}\right)^2}.$$



5. ábra

(1) felhasználásával (5. ábra):

$$\beta(\alpha)=-2\left(\frac{v}{h}\right)^2\frac{\operatorname{tg}\alpha}{(1+\operatorname{tg}^2\alpha)^2}=-2\left(\frac{v}{h}\right)^2\cdot\sin\alpha\cos^3\alpha.$$

A szöggyorsulásnak ott lehet lokális maximuma, ahol a deriváltja eltűnik:

$$\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\alpha}=-2\left(\frac{v}{h}\right)^2\cos^2\alpha\,(\cos^2\alpha-3\sin^2\alpha),$$

ennek számunkra érdekes nulla–helyei $\alpha=\pm 90^\circ$ és $\alpha=\pm 30^\circ$. Ezek közül $\alpha=-30^\circ$-nál van maximum, itt ugyanis a derivált pozitívról negatívra váltja az előjelét.

Schmidt József (Esztergom, Dobó K. Gimn., IV. o. t.)