Ha a robbanás gyorsan játszódik le, azaz sokkal rövidebb idő alatt, mint pl. a műhold keringési ideje, akkor leírására alkalmazhatjuk az impulzusmegmaradás törvényét. A műhold m_1, tömegű darabja a perigeum pontban az eredeti mozgásirányt megtartva körpályára tér. A körpálya v_1 sebességének kisebbnek kell lennie a műhold eredeti perigeum pontbeli v_p sebességénél, mert ellenkező esetben még nagyobb excentricitású ellipszis pálya jönne létre. Az m_1 tömeg impulzusa tehát csökken. Ezért a v_2 sebességgel tovahaladó m_2 tömeg is az eredeti irányban kell, hogy mozogjon a robbanás után. Fölírjuk az impulzusmegmaradás törvényét:

$$(m_1 + m_2)v_p = m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

Ebből a tömegek aránya:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2 - v_p}{v_p - v_1}.$$

Legyen r_p és r_a az ellipszis pályán keringő műhold perigeum, ill. apogeum pontjának a Föld középpontjától mért távolsága. (Kapcsolatuk a Föld felszíntől mért legnagyobb, ill. legkisebb távolsággal, h_a és h_p-vel: $r_p = R + h_p$, $r_a = R + h_a$, ahol R a Föld sugara.) A körpályán mozgó test centripetális gyorsulását a Föld vonzása biztosítja:

$$m_1 \frac{v_1^2}{r_p} = \gamma \frac{M m_1}{r_p^2}$$

Itt γ a gravitációs állandó, M a Föld tömege. Így a körpályához tartozó sebesség

$$v_1 = \sqrt{\gamma M / r_p}$$

Az m_2 tömegű test a végtelen távoli pontba távozik, ahol helyzeti energiája és – a feladat kiírása szerint – mozgási energiája is zérus lesz. Az energiamegmaradás tétele miatt ekkor a test perigeum pontbeli összes energiája is zérus:

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{\gamma M m_2}{r_p} = 0.$$

Innen indulási sebessége

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r_p}} = \sqrt{2} v_1.$$

Az eredeti v_p sebesség meghatározásához Kepler II. törvényét használjuk, amely szerint a műhold területi sebessége állandó. Ha az apogeum pontbeli sebességét v_a-val jelöljük, akkor a törvény szerint

$$r_p v_p = r_a v_a.$$

v_a-t kifejezve, behelyettesítjük az energiamegmaradást kifejező

$$\frac{1}{2} m v_p^2 - \frac{\gamma M m}{r_p} = \frac{1}{2} m v_a^2 - \frac{\gamma M m}{r_a}$$

egyenletbe. Innen

$$v_p = \sqrt{\frac{2 r_a}{r_a + r_p} \frac{\gamma M}{r_p}} = v_1 \sqrt{\frac{2 r_a}{r_a + r_p}}.$$

Az itt kiszámított sebességek felhasználásával

$$\frac{m_1}{m_2} = \sqrt{2} \frac{\sqrt{r_a + r_p} - \sqrt{r_a}}{\sqrt{2 r_a} - \sqrt{r_a + r_p}}.$$

Mind a számláló, mind a nevező pozitív szám, mivel $r_a > r_p$. Minél közelebb állunk a körpályához ($r_a = r_p$ jelentené a körpályát), a tömegarány nevezője annál kisebb, maga az arány annál nagyobb lesz. Ez természetes, hiszen egy körpályán mozgó testről nem robbanthatunk le véges (nem zérus) tömegű részt úgy, hogy közben a test sebessége nem változik.

Györgyi Géza (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)