A fizikai inga lengésidejét kis kitérésű lengések esetén a

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta_0}{mgs}}$$

összefüggés adja meg, ahol Θ_0 a lengő test tehetetlenségi nyomatéka a felfüggesztési pontra vonatkoztatva, m a lengő test tömege, s pedig a felfüggesztési pont és a súlypont távolsága (g a nehézségi gyorsulás).

Feladatunk Θ_0 (a sokszög egyik csúcspontjára, a felfüggesztési pontra vonatkozó tehetetlenségi nyomaték) meghatározása. Ehhez a Steiner-tételt kell felhasználnunk, amely a következő:

$$\Theta_0 = \Theta_s + md^2,$$

ahol Θ_s a súlyponton áthaladó tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték, Θ_0 pedig az előző tengellyel párhuzamos, tőle d távolságra lévő másik tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték (m a test tömege).

Egy m tömegű, L hosszúságú vékony pálca (rúd) tehetetlenségi nyomatéka a súlypontján átmenő merőleges tengelyre vonatkoztatva

$$(1/12)mL^2.$$

A Steiner-tétel alapján az n oldalú sokszög egyik oldalát alkotó m tömegű rúd tehetetlenségi nyomatéka a sokszög középpontjára vonatkoztatva

$$(1/12)mL^2 + m\big((L/2)\mathrm{ctg}\,\gamma\big)^2 = (1/4)mL^2(1/3 + \mathrm{ctg}^2\gamma),$$

ahol $\gamma = 180°/n$, $(L/2)\mathrm{ctg}\,\gamma$ a középpont és az oldal felezőpontjának távolsága. A sokszög tehetetlenségi nyomatéka a középpontra vonatkoztatva így

$$\Theta_s = (1/4)mnL^2(1/3 + \mathrm{ctg}^2\gamma).$$

Mivel a középpont éppen a súlypont, ismét alkalmazhatjuk a Steiner-tételt. A csúcs és a középpont távolsága $L/(2\sin\gamma)$, azaz

$$\Theta_0 = \Theta_s + nm\left(\frac{L}{2\sin\gamma}\right)^2 = \frac{1}{2}mnL^2\left(\frac{1}{\sin^2\gamma} - \frac{1}{3}\right).$$

Így a fizikai inga lengésideje kis kitérésű lengések esetén

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta_0}{mgL/(2\sin\gamma)}} = 2\pi\sqrt{n\frac{L}{g}\left(\frac{1}{\sin\gamma} - \frac{\sin\gamma}{3}\right)}$$

($\gamma = 180°/n$).

Néhány esetben ($L = 1$ m) a lengésidő:

$$\begin{aligned}
n &= 2 \quad T \approx 2{,}32\ \mathrm{s},\\
n &= 3 \quad T \approx 3{,}23\ \mathrm{s},\\
n &= 4 \quad T \approx 4{,}35\ \mathrm{s},\\
n &= 5 \quad T \approx 5{,}50\ \mathrm{s},\\
n &= 6 \quad T \approx 6{,}65\ \mathrm{s},\\
n &= 8 \quad T \approx 8{,}94\ \mathrm{s}.
\end{aligned}$$

Ha a sokszög oldalszámát növeljük, T egyre nagyobb lesz, $n \to \infty$ esetén végtelenhez tart. Ennek az az oka, hogy a sokszög oldala mindig adott L hosszúságú. Ha azonban nem L értékét rögzítjük, hanem a körülírható kör R sugarát, az

$$L = 2R\sin\gamma$$

értéket behelyettesítve $n \to \infty$ ($\gamma \to 0$) határesetben megkapjuk a

$$T = 2\pi\sqrt{2R/g}$$

eredményt, amely megegyezik az R sugarú vékony körgyűrű lengésidejével, ha azt a kerületén függesztjük fel.

Vass Albert (Csongrád, Batsányi J. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján