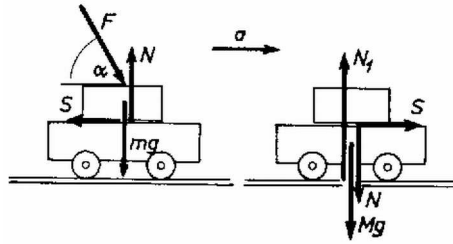


Először vizsgáljuk az a) esetet (1. ábra).



1. ábra

Az m tömegű testre az F erő és a súlyerő (mg) hat, valamint az S súrlódási és az N nyomóerő. Az M tömegű kocsira a súlyerő (Mg), az N nyomóerő, az S súrlódási erő és az N_1 nyomóerő hat.

Tegyük fel, hogy az m tömegű test a , az M tömegű test A gyorsulással mozog. Ekkor a mozgásegyenletek:

$$\begin{aligned} (1) \quad & ma = F \cos \alpha - S, \\ (2) \quad & 0 = F \sin \alpha + mg - N, \\ (3) \quad & MA = S, \\ (4) \quad & 0 = Mg + N - N_1, \end{aligned}$$

továbbá tegyük fel, hogy az m tömegű test megcsúszik, ennek feltétele:

$$S = \mu N.$$

S most nyert értékét az első és a harmadik egyenletbe helyettesítve, az első három egyenletből (N kiküszöbölésével) nyerjük:

$$\begin{aligned} a &= (1/m)(F \cos \alpha - \mu F \sin \alpha - \mu mg), \\ A &= (\mu/M)(F \sin \alpha + mg). \end{aligned}$$

Könnyen ellenőrizhetjük, hogy a megadott számadatok mellett bármely pozitív F értékre

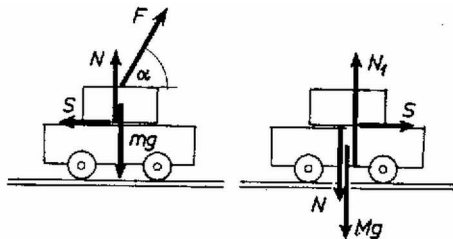
$$a < A,$$

azaz

$$0 < F \left(\frac{\mu \sin \alpha}{M} - \frac{\cos \alpha}{m} + \frac{\mu \sin \alpha}{M} \right) + \frac{\mu mg}{M} + \mu g$$

teljesül, ugyanis F együttthatója az utóbbi egyenlőtlenségben pozitív. Az $a < A$ feltétel azonban nyilván nem teljesülhet, így az m tömegű test ebben az esetben nem csúszhat meg.

A b) esetben (2. ábra) hasonló jelöléseket használunk, de a megfelelő mennyiségek értékei természetesen az a) esetétől különbözőek lehetnek.



2. ábra

Most tegyük fel, hogy a m tömegű test nem csúszik meg, mindkét test azonos gyorsulással mozog.

$$\begin{aligned} Ma &= F \cos \alpha - S, \\ 0 &= -F \sin \alpha + mg - N, \\ Ma &= S, \\ 0 &= Mg + N - N_1, \end{aligned}$$

és a tapadás feltétele

$$S \leq \mu N.$$

Innen az

$$F \leq \mu mg \frac{1 + m/M}{\cos \alpha - \mu(1 + m/M) \sin \alpha}$$

egyenlőtlenség adódik. Számértékekkel:

$$F \leq 28,9 \text{ N.}$$

Ez a feltétel tehát szükséges ahhoz, hogy az m tömegű test ne csússzék meg. Könnyen meggyőződhetünk arról is, hogy a feltétel egyben elegendő is: nem lehetséges ugyanis, hogy ekkor m és M különböző gyorsulással mozogjanak. Az $F = 28,9 \text{ N}$ határesetben a gyorsulás a mozgásegyenletekből kifejezve:

$$a = \frac{\mu m}{M + \mu(M + m) \operatorname{tg} \alpha} g \sim 0,96 \text{ m/s}^2.$$

Meg kell még vizsgálnunk, hogy mikor emelkedik fel a felső test a kocsikról. Nem válik el a test, ha

$$N \geq 0,$$

azaz a mozgásegyenletekből, ha

$$F \leq \frac{mg}{\sin \alpha} = 56,6 \text{ N.}$$

A b) esetben tehát $F \leq 28,9 \text{ N}$ erő esetén a két test együtt mozog, $28,9 \text{ N} < F \leq 56,6 \text{ N}$ esetén a felületek egymáson csúsznak, $F > 56,6 \text{ N}$ esetén pedig a felső test felemelkedik és elválik a kocsitól.

Balogh Mária (Aszód, Petőfi S. Gimn., II. o. t.)