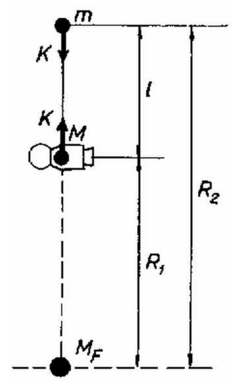
A feladat szövege szerint az űrhajó és az úrhajós azonos szögsebességgel forog.



Írjuk föl a mozgásegyenleteket a M és m tömegekre, az ábra jelölései alapján:

$$\gamma\frac{MM_F}{R_1^2}-K=MR_1\omega^2, \tag{1}$$

$$\gamma\frac{mM_F}{R_2^2}+K=mR_2\omega^2. \tag{2}$$

K a keresett kötélerő, M_F a Föld tömege, ω a forgás szögsebessége. Az egyenletrendszer megoldása:

$$K=\gamma M_F\frac{R_2^3-R_1^3}{R_1^2R_2^2}\cdot\frac{mM}{mR_2+MR_1}.$$

Mivel az űrhajónak a felszíntől számított magasságát elhanyagoljuk $R_1=R$ és $R_2=R+l$, tehát

$$K=\gamma M_F\frac{3R^2l+3Rl^2+l^3}{R^2(R+l)^2}\cdot\frac{mM}{m(R+l)+MR}.$$

Ez a feladat egzakt megoldása. A numerikus kiértékelést megkönnyíti, hogy l jóval kisebb, mint R ($l=R/100\,000$), tehát l magasabb hatványait elhanyagolhatjuk: $R+l\approx R$; $3R^2l+3Rl^2+l^3\approx 3R^2l$. Ezért nagyon jó közelítéssel:

$$K=3\gamma\frac{M_F}{R^2}\cdot\frac{l}{R}\cdot\frac{mM}{m+M}.$$

Felhasználva, hogy $\gamma\frac{M_F}{R^2}=g$, $K=3\cdot\frac{l}{R}\cdot\frac{mM}{m+M}g$.

A számadatokkal $K\approx 0{,}03\,\mathrm{N}$.

Megyeri János (Bp., József A. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. Sok megoldó a következő gondolatmenetet használta:

Az űrhajó lényegében a Föld felszínén van, a rá ható erő tehát Mg. Mivel az űrhajós is alig van följebb, rá ható erőként itt is mg-t vettek figyelembe. Az egyenletrendszer:

$$Mg-K=MR\omega^2, \tag{3}$$

$$mg+K=m(R+l)\omega^2. \tag{4}$$

A megoldás: $K=\frac{l}{R}\cdot\frac{mM}{m+M}g$, (ha $l\ll R$). A 3-szoros eltérés jelentős! Hol van a hiba? A (3) egyenlet azonos (1)-gyel. A (4) egyenlet (2)-ből úgy kapható meg, hogy a bal oldalon R_2 helyett R-et veszünk, de a jobb oldalon megtartjuk R_2-t. A (4) egyenlet tehát nem igaz. (Ezek a dolgozatok 1 pontot kaptak.)

2. Több megoldó úgy írta föl a mozgásegyenleteket, hogy K-t figyelembe sem vette; s ezután „hozta ki” a kötélerőt – (0 pont).