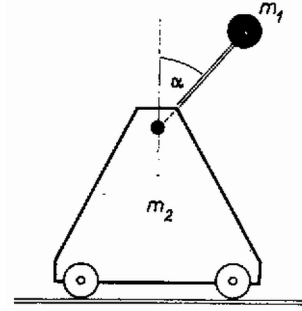


Legyen a kiskocsi (vízszintes irányú) sebessége v_2 ; az m_1 tömegű inga vízszintes összetevője v_{1x} , függőleges összetevője v_{1y} .



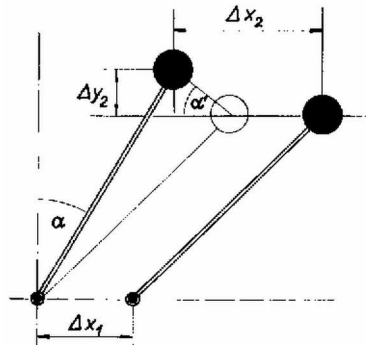
1. ábra

A kiskocsiból és az ingából álló rendszerre nem hat vízszintes külső erő (nincs súrlódás), így az impulzus vízszintes komponense megmarad:

$$(1) \quad m_2 v_2 + m_1 v_{1x} = 0.$$

A mechanikai energia megmaradása:

$$(2) \quad \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 (v_{1x}^2 + v_{1y}^2)}{2} = m_1 g L (1 - \cos \alpha).$$



2. ábra

A kiskocsi Δx_2 , ill. az inga Δx_1 és Δy_1 , elmozdulása között a 2. ábra alapján a következő kapcsolat áll fenn:

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1 - \Delta x_2}.$$

Az elmozdulás Δt idejével elosztva a számlálót és a nevezőt, kapjuk:

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\frac{\Delta y_1}{\Delta t}}{\frac{\Delta x_1}{\Delta t} - \frac{\Delta x_2}{\Delta t}}.$$

Innen – figyelembe véve, hogy $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \alpha' = \alpha - \Delta t \rightarrow 0^-$ határátmenettel nyerjük:

$$(3) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{1y}}{v_{1x} - v_2}.$$

Az (1), (2) és (3) egyenletekből álló egyenletrendszert megoldva $m_1 = m_2$ esetén

$$v_2^2 = v_{1x}^2 = \frac{gL(1 - \cos \alpha)}{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad v_{1y}^2 = \frac{4gL(1 - \cos \alpha)}{2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}.$$

Az ingatest sebességének abszolút értéke

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}.$$

A megadott helyzetekben a következő numerikus eredményt kapjuk:

a) Vízszintes helyzet ($\alpha = 90^\circ$):

$$v_2 = v_{1x} = 0; \quad v_{1y} = 2 \text{ m/s}; \quad v_1 = 2 \text{ m/s}.$$

b) A függőleges helyzet 0° -hoz és 180° -hoz tartozhat:

$$\text{Ha } \alpha = 0^\circ; \quad v_2 = v_{1x} = v_{1y} = v_1 = 0;$$

$$\text{Ha } \alpha = 180^\circ; \quad v_2 = 2 \text{ m/s}; \quad v_{1x} = -2 \text{ m/s}; \quad v_{1y} = 0; \quad v_1 = 2 \text{ m/s}.$$

c) A függőlegessel bezárt 30° -os szöget az $\alpha = 30^\circ$ vagy az $\alpha = 150^\circ$ -os helyzetnek feleltethetjük meg:

$$\text{Ha } \alpha = 30^\circ; \quad v_2 = 0,4 \text{ m/s}; \quad v_{1x} = -0,4 \text{ m/s}; \quad v_{1y} = 0,46 \text{ m/s}; \quad v_1 = 0,61 \text{ m/s}.$$

$$\text{Ha } \alpha = 150^\circ; \quad v_2 = 1,50 \text{ m/s}; \quad v_{1x} = -1,50 \text{ m/s}; \quad v_{1y} = 1,73 \text{ m/s}; \quad v_1 = 2,29 \text{ m/s}.$$

Mandula Kálmán (Szeged, Radnóti M. Gimn., III. o. t.)