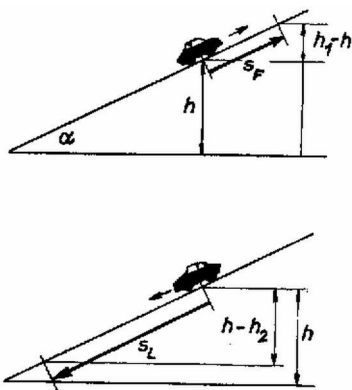


A problémát legegyszerűbben az energiamegmaradás tételének felhasználásával oldhatjuk meg. Mindkét esetben a súrlódási erő ellen végzett munkát az autó teljes mechanikai energiájának csökkenése fedezi.



Legyen a fékút felfelé s_F , lefelé s_L ; és induljon az autó h magasságból (l. az ábrát). A felfelé mozgó autó esetén:

$$\Delta E = (1/2)mv^2 + mg(h - h_1) = \mu mg \cos \alpha \cdot s_F.$$

Az ábráról leolvasható, hogy

$$h - h_1 = -s_F \sin \alpha,$$

tehát

$$(1) \quad mgs_F(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = (1/2)mv^2.$$

A lejtőn lefelé fékező autó esetén:

$$\Delta E = mg(h - h_2) + (1/2)mv^2 = \mu mg \cdot \cos \alpha \cdot s_L,$$

ahol most $h - h_2 = s_L \cdot \sin \alpha$, tehát

$$(2) \quad mgs_L(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = (1/2)mv^2.$$

(1) és (2)-ből a lejtő hajlásszöge a fékutat arányával kifejezhető:

$$(3a) \quad \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\mu \cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{s_L}{s_F},$$

innen

$$(3b) \quad \operatorname{tg} \alpha = \mu \frac{1 + s_L/s_F}{1 - s_L/s_F}.$$

A feladat számadataival $\alpha = 28^\circ 17'$ adódik a lejtő hajlásszögére.

Általában a fékutat aránya az

$$\frac{s_F}{s_L} = \frac{\mu - \operatorname{tg} \alpha}{\mu + \operatorname{tg} \alpha}$$

összefüggés szerint függ a súrlódási együtthatótól és a lejtő hajlásszögétől. Mivel $s_F/s_L > 0$ mindig teljesül, mindig teljesülnie kell a $\mu > \operatorname{tg} \alpha$ összefüggésnek is. Ha $\mu \leq \operatorname{tg} \alpha$, a lejtőn lefelé haladó autó nem tud megállni.

Kárpáti Gábor (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján