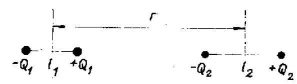
Elektromos dipólnak nevezzük az egymástól (rögzített) kis távolságra elhelyezkedő, ellenkező előjelű, azonos nagyságú töltéssel rendelkező töltéspárt. A dipólust egy vektorral jellemezzük, melynek nagysága $p = |\mathbf{p}| = Ql$, ahol l a $-Q$ és $+Q$ töltések távolsága, a $\mathbf{p}$ vektor iránya pedig a negatív töltéstől a pozitív felé mutat.

Először meghatározzuk a dipól elektromos terét a töltések egyenese mentén. A tér a két ponttöltés terének vektori összege. A térerősség abszolút értéke a dipóltól r távolságra:

$$|\mathrm{E}| = |\mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2| = \frac{Q}{(r-l/2)^2} - \frac{Q}{(r+l/2)^3} = \frac{2Qlr}{\left[r^2-(l/2)^2\right]^2}. \tag{1}$$

Ha $r \gg l$,

$$|\mathrm{E}| = \frac{2Ql}{r^3} = \frac{2p}{r^3} \tag{2}$$



A dipólus tere tehát r^{-3}-nal arányos (a ponttöltésé csak r^{-2}-nal), és nem izotróp, mint a ponttöltés tere.

Ha a rögzített p_1 dipól terébe egy szabadon forgó p_2 dipólust helyezünk, akkor az az ábrán látható módon fog beállni. A két dipól közt ható erő:

$$F = \Sigma Q_i E(r_i) = Q_2E(r+l_2/2) - Q_2E(r-l_2/2) = 2p_1Q_2\left[\frac{1}{(r+l_2/2)^3} - \frac{1}{(r-l_2/2)^3}\right]. \tag{3}$$

Használjuk ki, hogy $r \gg l_2$, és alkalmazzuk az $x \ll 1$-re érvényes $(1+x)^{-n} \approx 1 - nx$ közelítést.
Ekkor (3) a következő alakban írható:

$$F \approx \frac{2p_1Q_2}{r^3}\left[\left(1-\frac{3}{2}\,\frac{l_2}{r}\right) - \left(1+\frac{3}{2}\,\frac{l_2}{r}\right)\right] = -\frac{6p_1p_2}{r^4} \tag{4}$$

ugyanis $p_2 = Q_2l_2$.
A tér ellenében végzett munka, miközben a dipólusokat a kezdeti r_0 távolságról végtelen messze távolítjuk egymástól:

$$W = \int_{r_c}^{\infty}(-F)\mathrm{d}r = 6p_1p_2\int_{r_c}^{\infty} r^{-4}\mathrm{d}r = \frac{2p_1p_2}{r_0^3}. \tag{5}$$

Biczók László (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Ha egy Q_1 töltéstől r kezdeti távolságra levő Q_2 töltést végtelen messze akarunk távolítani, akkor az ehhez szükséges munka

$$E_{\mathrm{pot}}(\infty) - E_{\mathrm{pot}}(r) = -\frac{Q_1Q_2}{r}, \tag{6}$$

ugyanis Q_1 terében Q_2 potenciális energiája $E_{\mathrm{pot}}(r) = \dfrac{Q_1Q_2}{r}$.

Tekintsük az ábra töltéselrendezését! A p_2 dipólust végtelen messze távolítva annyi munkát kell végeznünk, mint amennyi munkára együttvéve lenne szükség, ha a $-Q_2$ és $+Q_2$ töltéseket külön-külön távolítanánk végtelen messze a p_1 dipólustól. A végzendő munka tehát (6) alapján:

$$W = -\frac{Q_1(-Q_2)}{r_0 - \left[(1/2)l_1 + (1/2)l_2\right]} - \frac{(-Q_1)Q_2}{r_0 + \left[(1/2)l_1 + (1/2)l_2\right]} - \\ - \frac{Q_1Q_2}{r_0 + \left[(1/2)l_1 - (1/2)l_2\right]} - \frac{(-Q_1)(-Q_2)}{r_0 - \left[(1/2)l_1 - (1/2)l_2\right]},$$

vagy egy egyszerű átalakítással

$$W = \frac{Q_1Q_2}{r_0}\left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} - \frac{1}{1+y} - \frac{1}{1-y}\right), \tag{7}$$

ahol $x = \dfrac{l_1+l_2}{2r_v}$, $\quad y = \dfrac{l_1-l_2}{2r_0}$.

Alkalmazzuk a geometriai sor összegképletét,

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots, \qquad \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots \tag{8}$$

és helyettesítsük be (7)-be. Mivel x és y kis mennyiségek, elegendő a sor első négy tagját figyelembe venni. Így – egyszerűsítések után –

$$W = \frac{Q_1 Q_2}{r_0}(2x^2 - 2y^2) = \frac{Q_1 Q_2}{2r_0^3}\left[(l_1 + l_2)^2 - (l_1 - l_2)^2\right] = \frac{2p_1 p_2}{r_0^3};$$

Katus Gábor (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az elektromos dipólus potenciáljának, illetve, terének számítása (nemcsak a dipólus egyenese mentén) megtalálható Feynman: Mai fizika 5. kötetében.