Írjuk le a golyó mozgását a csőhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben. A forgástengelytől r távolságban a testre két erő hat sugárirányban: az $m\omega^2 r$ centrifugális erő és az ellentétes irányú $D(r - r_0)$ rugóerő. Itt r_0 a rugó $t = 0$ időpontbeli (megfeszítetlen állapotbeli) hosszát, D a rugóállandót jelöli. A golyó mozgásegyenlete

$$ma = m\omega^2 r - D(r - r_0), \tag{1}$$

mely a következő alakba írható át:

$$a = -(\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \left(r - \frac{r_0}{1 - \omega^2/\omega_0^2} \right). \tag{2}$$

ω_0 a szabad rezgést végző golyó körfrekvenciája ($\omega_0^2 = D/m$). A golyó gyorsulása ($\omega < \omega_0$ esetén) az

$$r_1 = \frac{r_0}{1 - \omega^2/\omega_0^2} \tag{3}$$

távolságban nulla. Ezen egyensúlyi távolság bevezetésével a test gyorsulásának (2) alatti kifejezése ilyen alakra hozható:

$$a = -\frac{r_0 \omega_0^2}{r_1}(r - r_1). \tag{4}$$

A golyó gyorsulása arányos az egyensúlyi helyzettől mért $r - r_1$ kitéréssel és ezzel ellentétes irányú. Ezért a golyó a (3) alatt megadott r_1 egyensúlyi helyzet körül $\Omega = \omega_0 \sqrt{r_0/r_1} = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$ frekvenciájú harmonikus rezgőmozgást végez $A = r_1 - r_0$ amplitúdóval. Az adott numerikus értékekkel: $\omega = 8$ 1/s, $\Omega = 7$ 1/s, $r_1 = 40$ cm, $A = 10$ cm. Figyelembe véve, hogy a golyó a $t = 0$ időpillanatban a forgástengelytől r_0 távolságban van, azért a golyónak a forgástengelytől való r távolsága tetszőleges t időpillanatban

$$r = r_1 - A\cos\Omega t. \tag{5}$$

A test v sebessége a fent leírt harmonikus rezgőmozgásból származó v_r sebesség és a cső forgásából származó v_k kerületi sebesség eredője. (5) idő szerinti deriválásával

$$v_r = A\Omega \cdot \sin\Omega t, \tag{6}$$

a kerületi sebesség pedig

$$v_k = r\omega. \tag{7}$$

Mivel e két sebességkomponens egymásra merőleges, ezért Pitagorasz tételével számíthatjuk ki a v eredő sebességet. A v_k felírásánál vegyük figyelembe r (5) alatti kifejezését. Így

$$\begin{aligned} v^2 = &v_k^2 + v_r^2 = r^2\omega^2 + A^2\Omega^2 \cdot \sin^2\Omega t = \\ &(r_1\omega - A\omega\cos\Omega t)^2 + A^2\Omega^2 \sin^2\Omega t. \end{aligned}$$

Annak eldöntése érdekében, hogy a v eredő sebesség (ill. annak négyzete) melyik időpontban maximális, differenciáljuk az idő szerint a fenti kifejezést, majd tegyük nullával egyenlővé. A maximális sebesség szempontjából szóbajöhető időpontok az

$$\left[r_1\omega^2 + (\Omega^2 - \omega^2)A\cos\Omega t\right]\sin\Omega t = 0 \tag{8}$$

egyenlet gyökei. A feladat számadatai mellett az első tényező sohasem lesz nulla, ezért ez az egyenlet csak az $\Omega t = k\pi$ (k egész szám) argumentumokkal elégíthető ki. Páros k-ra az eredő sebesség minimuma, páratlan k-ra a maximuma adódik. Mindegyik szélső esetben a rezgésből eredő sebesség nulla. A golyó maximális sebessége $v_{\max} = (r_1 + A)\omega = 2$ m/s.

Schmidt József (Esztergom, Dobó K. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján