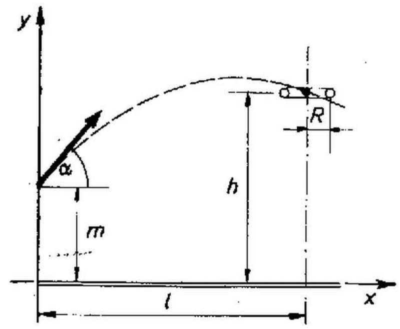
Koordináta-rendszerünk kezdőpontja legyen a labdát dobó játékos lábánál, az x tengely vízszintes, az y-tengely pedig függőleges.



A hajítási pályát leíró egyenletrendszer (v_0 a kezdősebesség):

(1) $$x = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha,$$

(2) $$y = m + v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - (1/2)gt^2;$$

illetve a sebesség vizszintes és függőleges komponense:

(3) $$v_x = v_0 \cos\alpha,$$

(4) $$v_y = v_0 \sin\alpha - g \cdot t.$$

Az (1) egyenletből a t időt kifejezve és behelyettesítve megkapjuk a pálya egyenletét:

(5) $$y = m + x \operatorname{tg}\alpha - \left[gx^2/(2v_0^2)\right](1 + \operatorname{tg}^2\alpha).$$

Először tegyük fel, hogy a labda pontszerű. A kosárnak a dobás síkjában levő két pontja: $(l - R;\, h)$ és $(l + R;\, h)$. A labda felülről érkezik a kosárba, azaz az $(l - R;\, h)$ pont felett, és az $(l + R,\, h)$ pont alatt kell elhaladnia:

(6) $$h < m + (l - R)\operatorname{tg}\alpha - \frac{g(l - R)^2}{2v_0^2}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha),$$

és

(7) $$h > m + (l + R)\operatorname{tg}\alpha - \frac{g(l + R)^2}{2v_0^2}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha),$$

Ez a két egyenlőtlenség határozza meg, hogy milyen v_0 és α értékek mellet lehet a kosárba beletalálni.

A (6) és (7) egyenlőtlenség a következő egyenlőtlenségekkel ekvivalens:

(8) $$(l - R)\operatorname{tg}\alpha - (h - m) > 0,$$

(9) $$\frac{(g/2)(l - R)^2(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)}{(l - R)\operatorname{tg}\alpha - (h - m)} < v_0^2 < \frac{(g/2)(l + R)^2(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)}{(l + R)\operatorname{tg}\alpha - (h - m)}.$$

Ezért szükséges, hogy (9) bal oldala kisebb legyen a jobb oldalnál, ebből a hajítás szögére kapjuk az alábbi szükséges feltételt:

(10) $$\operatorname{tg}\alpha > \frac{2l(h - m)}{l^2 - R^2}.$$

Másrészt amennyiben α kielégíti ezt a feltételt, akkor meg lehet választani a v_0 kezdősebességet úgy, hogy a pontszerű labda „csont nélkül” essék a kosárba. Ugyanis (10)-ből következik, hogy (9) bal oldala kisebb, mint a jobb oldal, így ekkor van olyan v_0 sebesség, amely kielégíti a (9) feltételt. Ilyen sebesség mellett a labda „csont nélkül” esik a kosárba, hiszen a (8) feltétel is következik a (10) egyenlőtlenségből.

Mivel a tangens függvény monoton növekvő, a dobási szög nagyobb kell, hogy legyen $\alpha_{\min}$ értéknél, ahol

$$\operatorname{tg}\alpha_{\min} = \frac{2l(h - m)}{l^2 - R^2}.$$

A terem magasságának meghatározásához a pálya legmagasabb pontjának koordinátáit kell kiszámítani a legkedvezőbb $\alpha = \alpha_{\min}$ határesetben. A függőleges sebességkomponens a legmagasabb pontban nulla, azaz (4)-ből

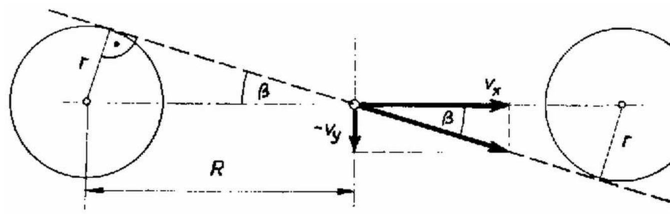
(11) $$t = (v_0/g)\sin\alpha_{\min},$$

amit (2)-be helyettesítve kapjuk, hogy a terem magasságának nagyobbnak kell lennie, mint

(12) $$H_{\min} = \frac{hl^2 - mR^2}{l^2 - R^2}$$

(ez a kifejezés nagyobb h-nál, mivel $m < h$).

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a labda sugara r. A legegyszerűbben úgy vehetjük figyelembe a labda kiterjedését, hogy továbbra is pontszerű labdát véve, a labda pályasíkjában a kosár két szélső pontját r sugarú körökkel helyettesítjük. Könnyen felírhatjuk a két kör egyenletét, és a hajítási szög és sebesség értéke határesetben olyan lesz, amelynél az (5) parabola mindkét kört érinti. A kapott negyedfokú egyenletrendszert azonban egzakt módszerrel nem tudjuk megoldani. Ezért feltételezve, hogy $l \gg R$, és hogy R és r között nincs nagyságrendi különbség, közelítő megoldást keresünk. Ilyen feltételek mellett a labda pályája a kosárba esés pillanatában egyenessel közelíthető, amelynek vízszintessel bezárt szöge legyen β.



Az ábra alapján

(13) $$\operatorname{tg}\beta = \frac{r}{\sqrt{R^2 - r^2}},$$

de másképpen (3) és (4) szerint, az időt ismét (1) segítségével kiküszöbölve, feltételezve, hogy a labda koordinátája $(l; h)$:

(14) $$\operatorname{tg}\beta = \frac{-v_y}{v_x} = \frac{g \cdot l}{v_0^2}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha) - \operatorname{tg}\alpha.$$

(13)-ból és (14)-ből, továbbá az (5) pályaegyenletből megkapjuk a minimális hajítási szöget, amely a „csont nélküli" találat határesetéhez tartozik:

(15) $$\operatorname{tg}\alpha_{\min} = 2\frac{h - m}{l} + \frac{r}{\sqrt{R^2 - r^2}},$$

és a szükséges terem magasság a parabola csúcsmagasságának és a labda sugarának összege:

(16) $$H_{\min} = m + \frac{\left((h - m) + \dfrac{lr}{2\sqrt{R^2 - r^2}}\right)^2}{(h - m) + \dfrac{lr}{\sqrt{R^2 + r^2}}} + r.$$

Számolásunk közelítő, így nem csodálkozhatunk, hogy (15)-be $r = 0$-t helyettesítve, nem kapjuk meg a (10) egzakt eredményt.

Megjegyzések. 1. A legtöbb megoldó megfeledkezett arról, hogy a v_y sebeségkomponens a (14) egyenletben negatív szám (a labda már lefelé esik), de értelmezésünk szerint $\operatorname{tg}\beta > 0$.

2. Egyetlen megoldó sem bizonyította be, hogy a (10) képletnek megfelelő szög valóban a legkisebb. Indoklás nélkül a megoldás természetesen nem teljes értékű. Azok a megoldók, akik jó eredményt hoztak ki, abból a helyes, de általuk nem indokolt állításból indultak ki, hogy a legkisebb szögben elhajított labda átmegy a kosár két szélső pontján. A megoldók többsége azonban abból a hamis feltevésből indult ki, hogy a leglaposabban induló pálya csúcspontja a kosár bal oldali szélső pontja lesz, és a jobb oldali pont alatt megy el a pontszerű labda. Eredményük természetesen hibás.