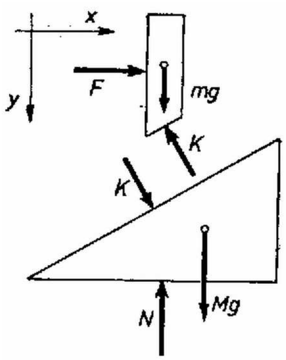
I. megoldás. Bontsuk fel a rendszert részeire, és rajzoljuk fel az egyes részekre ható erőket (l. az ábrát)! Az erők irányának berajzolásánál figyelembe vettük Newton III. törvényét és azt, hogy a súrlódás elhanyagolható, ezért a K és N kényszererők merőlegesek a testek érintkezési felületére. medskip



Válasszuk az ábra szerinti koordináta-rendszert, és írjuk fel az egyes testekre Newton II. törvényét! A rúdra felírva kapjuk:

$$F - K_x = 0, \tag{1}$$

$$mg - K_y = ma_1, \tag{2}$$

ha K_x K_y a K erő komponensei, a_1 a rúd függőleges gyorsulása. Newton II. törvénye a lejtőre:

$$K_x = Ma_2, \tag{3}$$

$$Mg + K_y - N = 0, \tag{4}$$

ha a_2 a lejtő vízszintes gyorsulása. Az (1) és (4) egyenletek felírásánál figyelembe vettük azt a kényszerfeltételt, hogy a rúd vízszintesen, a lejtő függőlegesen nem tud elmozdulni, ezért a megfelelő gyorsulás komponens nulla. A gyorsulásokra még egy kényszerfeltétel írható fel:

$$a_1/a_2 = \operatorname{tg}\alpha, \tag{5}$$

ami azt fejezi ki, hogy a mozgás során a rúd vége mindig a lejtő marad.

Az öt egyenletből álló egyenletrendszer megoldható. A (2), (3), (5) egyenletekből az a_1, a_2 gyorsulásokat és a K kényszererőt számíthatjuk ki. A megoldás:

$$a_1 = \frac{m\operatorname{tg}^2\alpha}{M + m\operatorname{tg}^2\alpha}g,$$

$$a_2 = \frac{m\operatorname{tg}\alpha}{M + m\operatorname{tg}^2\alpha}g.$$

Az (1) és (4) egyenlet a gyorsulások meghatározásánál felesleges; ezek az egyenletek a szintén ismeretlen F és N kényszererőket adják meg.

Csobán Pál (Aszód, Petőfi S. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Ha a súrlódás elhanyagolható, akkor érvényes a mechanikai energia megmaradásának törvénye és a megoldáshoz ez is felhasználható.

Tegyük fel, hogy a rúd és a lejtő kezdetben áll. t idő alatt a rúd elmozdulása $s_1 = (a_1/2)t^2$, tehát a potenciális energia csökkenése

$$\Delta E_p = mgs_1 = mg(a_1/2)t^2.$$

Ugyanezen idő alatt a rúd és a lejtő kínetikus energiája az eredeti nulla értékről

$$\Delta E_k = (1/2)mv_1^2 + (1/2)Mv_2^2 = (1/2)m(a_1t)^2 + (1/2)M(a_2t)^2$$

értékre nő. Most is érvényes az előző megoldásból már ismert kapcsolat a gyorsulások között ($a_2 = a_1/\operatorname{tg}\alpha$), tehát

$$\Delta E_k = (1/2)m(a_1t)^2 + (1/2)M(a_1/\operatorname{tg}\alpha)^2t^2.$$

Az energiamegmaradás miatt $\Delta E_p = \Delta E_k$, azaz

$$mg(a_1/2)t^2 = (1/2)ma_1^2t^2 + (1/2)M(a_1/\operatorname{tg}\alpha)^2t^2.$$

Az egyszerűsítések után könnyen kapható az I. megoldásban nyert végeredmény.

Látható a módszer előnye: a megoldás során nem kell sokismeretlenes egyenletrendszert megoldani, mert a kényszererők az egyenletekben nem szerepelnek. Az eljárás hátránya, hogy a folyamat részleteiről nem ad felvilágosítást, és csak a súrlódás nélküli esetre alkalmazható.

Balogh Mária (Aszód, Petőfi S. Gimn., II. o. t.)