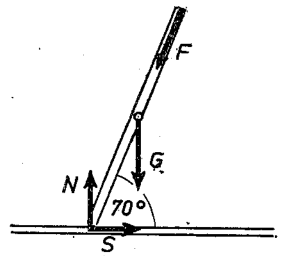
A rúd nyugalomban maradásának feltétele, hogy a ható erők eredője és az eredő forgatónyomaték zérus legyen. Az utóbbi feltétel azonban nem teljesíthető, ha a rúdra csak a feladatban adott erők hatnak (1. ábra).



1. ábra

Van ugyanis eredő forgatónyomaték–a nehézségi erő forgatónyomatéka–($M = (1/2)$ mgl $\cos\alpha$), ami az A pont körül forgásba hozza a testet.

Vizsgálható annak feltétele, hogy a rúd mozgása tiszta (csúszásmentes) forgás legyen. Ez a követelmény az erők komponenseire két megszorítást ad:

a) az eredő erők függőleges összetevője zérus:

(1) $$G + F\sin\alpha - N = 0.$$

b) A súrlódási erő nagyobb, vagy egyenlő, mint a többi erők eredőjének vízszintes összetevője:

(2) $$S \geq F\cos\alpha.$$

Érvényes még egy további egyenlőtlenség is a súrlódási erőre:

(3) $$S \leq S_{\max} = \mu N.$$

Az (1), (2) és (3) összefüggésekből az alábbi adódik:

$$F\cos\alpha \leq S \leq S_{\max} = \mu N = \mu(G + F\sin\alpha).$$

Az F erőre tehát a következő megszorítást kapjuk:

(4) $$F\cdot(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) \leq \mu G.$$

Vizsgáljuk ezt az egyenlőtlenséget tetszőleges $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ szög esetén! Ekkor lényegében két eset különböztethető meg:

1. Ha $\cos\alpha - \mu\sin\alpha \leq 0$ [vagyis $\alpha \geq$ arc tg $(1/\mu)$], akkor $F > 0$ folytán a (4) egyenlőtlenség nyilván tetszőleges F nagyságú erő esetén fenáll (ill. addig, míg a rúd el nem törik).

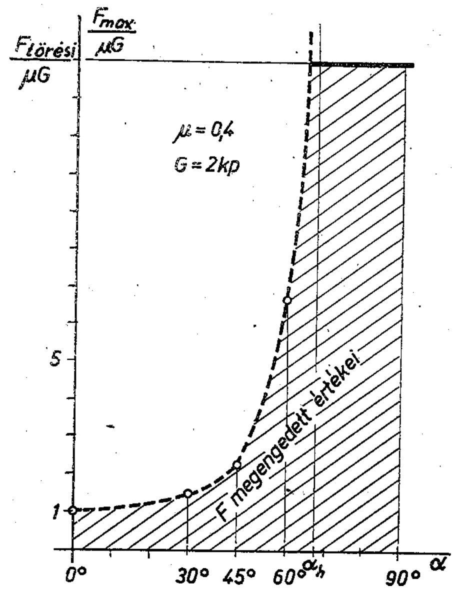
2. Ha $\cos\alpha - \mu\sin\alpha > 0$ [vagyis $\alpha <$ arc tg $(1/\mu)$], akkor a (4) összefüggésből

(5) $$0 < F \leq \frac{\mu G}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$$

adódik. Vagyis minden $\alpha <$ arc tg $(1/\mu)$ szöghöz tartozik egy maximális F nyomóerő, amely mellett a rúd még éppen nem csúszik meg:

$$F_{\max} = \frac{\mu G}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}.$$

A 2. ábra grafikonja feltünteti az adott szöghöz tartozó rúdirányú nyomóerők maximális értékeit és megengedett értéktartományát a feladat adatai ($\mu = 0{,}4$ és $G = 2$ kp) mellett.



2. ábra

Ha az $\alpha_h = \text{arc tg}(1/\mu) = 68{,}2°$ szöget határszögnek nevezzük, a grafikonból kitűnik, hogy a határszögnél nagyobb szögek esetén a rúdirányú nyomóerő nagysága tetszőleges lehet (a törési határig). Ez a válasz egyben a feladatban kérdezett $\alpha = 70°$-os helyzetre is. A nyomóerő ekkor bármely $0 < F < F_{\text{törési}}$ értéket felvehet. A határszögnél kisebb szögekre F nem lehet tetszőlegesen nagy, F maximális értéke az α szöget csökkentve monoton csökken, minimális értékét $\alpha = 0°$-nál (a rúd vízszintesen fekszik) veszi fel.

Virosztek Attila (Szolnok, Verseghy F. Gimn. III. o. t.) dolgozata alapján