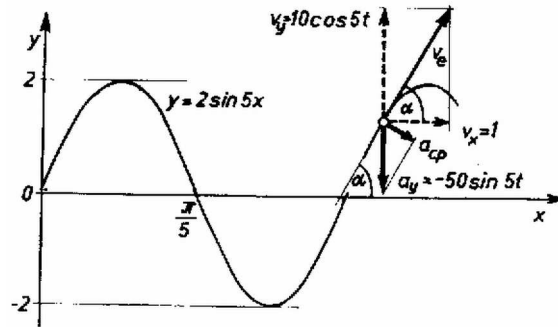


Végezzen egy anyagi pont az xy síkban az y tengely mentén harmonikus rezgőmozgást 2 egység amplitúdóval és 5 egység körfrekvenciával, ugyanakkor az x tengely mentén egyenes vonalú egyenletes mozgást 1 egység sebességgel. A $t = 0$ időpillanatban tartózkodjék az $x = y = 0$ pontban. A hatások függetlenségének törvénye értelmében egy tetszőleges t időpontban a test a sík

$$y = 2 \sin 5t, \quad (1) \quad x = t \quad (2)$$

koordinátájú pontjában található. (2)-nek (1)-be történő helyettesítéséből látszik, hogy a fenti mozgást végző tömegpont pályája az $y = 2 \sin 5x$ függvény grafikonja.



A tömegpont x irányú sebessége állandó,

$$(3) \quad v_x = 1 \quad \text{egység,}$$

az y irányú sebessége az idő függvényében

$$(4) \quad v_y = A\omega \cos \omega t = 10 \cos 5t.$$

A tömegpont t időpontbeli eredő sebessége, amely a pálya ezen pontjához tartozó érintőjének irányába mutat

$$(5) \quad v_e = \sqrt{1 + 100 \cos^2 5t}$$

nagyságú. A tömegpontnak y irányú a_y gyorsulása van a harmonikus rezgőmozgás miatt. Ezt a gyorsulást az idő függvényében kifejezve:

$$(6) \quad a_y = -A\omega^2 \sin \omega t = -50 \sin 5t.$$

Ennek a gyorsulásnak az érintőre merőleges komponensét (centripetális gyorsulás) kifejezhetjük a pálya ezen pontjaihoz tartozó görbületi sugár (R) és a test ezen pontbeli teljes sebessége ismeretében:

$$(7) \quad a_{cp} = v_e^2 / R$$

(Lásd az 1100. feladatot a KML 46. 1973. 5. számában.)

Esetünkben

$$(8) \quad a_{cp} = a_y \cos \alpha,$$

ahol α az érintő hajlásszöge, amely meghatározható a sebesség komponensek segítségével:

$$(9) \quad \cos \alpha = v_x / v_e.$$

Az (5) – (9) egyenletekből az R görbületi sugár könnyen kifejezhető:

$$(10) \quad R = \frac{v_e^3}{a_y v_x} = -\frac{(1 + 100 \cos^2 5t)^{3/2}}{50 \sin 5t}.$$

A görbületi sugár abszolút értéke az $x = 3$ pontban (azaz a $t = 3$ időpillanatban)

$$|R| = \frac{(1 + 100 \cos^2 15)^{3/2}}{50 \sin 15} = 13,8.$$

Groma István (Bp., Berzsényi D. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzés. Igen sok versenyző nem vette figyelembe, hogy a tömegpontnak a harmonikus rezgőmozgáson kívül egyenes vonalú mozgást is kell végeznie, hogy a megadott pályán mozogjon. Ezek a versenyzők a (7) egyenletben a_{cp} -t a rezgőmozgásból eredő a_y gyorsulással, v_e -t pedig v_y -nal azonosították.